

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 giugno 2020
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome! ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

Autovalori: $-1, 0, 7$. $V_{-1} = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, $V_0 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, $V_7 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}\right)$.

N esiste.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 giugno 2020
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

Autovalori: 0 doppio, 5 semplice. $V_0 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, $V_5 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ 11 \end{pmatrix}\right)$.

N non esiste, $B = \text{diag}(0, 0, 5)$.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 giugno 2020
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome! ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ -10 & 11 & 3 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

Autovalori: 0 semplice, 2 doppio. $V_0 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}\right)$, $V_2 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$.

N non esiste, $B = \text{diag}(0, 2, 2)$.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	23 giugno 2020
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ -2 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- Determinare il polinomio caratteristico di A
- Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

Autovalori: $-2, 0, 5$. $V_{-2} = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, $V_0 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$, $V_5 = \text{Span}\left(\begin{pmatrix} 13 \\ 19 \\ 8 \end{pmatrix}\right)$.
 N esiste.