

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 settembre 2018
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & h & h+4 & h \\ 2h+8 & h+4 & 0 & h+4 \\ h+6 & 4-h & 2h+8 & 4-h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ h \\ 2+h \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h la dimensione dello spazio delle soluzioni è 1:
- (d) Sia $h = 0$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. **8pt** Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino π_1 di equazione cartesiana $x + y + z = 1$ e π_2 di equazione cartesiana $2x - y + 3z = 4$.

- (a) Determinare la direzione della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$:
- (b) Determinare l'intersezione P della retta r con il piano Oxz :
- (c) Determinare le intersezioni, Q_1 e Q_2 , di π_1 rispettivamente con l'asse delle x e con l'asse delle y :
- (d) Determinare la posizione reciproca della retta r e della retta s passante per Q_1 e Q_2 .

3. (**8 pt**) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
 - (b) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di A .
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Determinare se A e B sono matrici simili, giustificando dettagliatamente la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 settembre 2018
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & h+3 & h-1 & -1 \\ 2h+6 & 0 & h+3 & 2h+6 \\ h+5 & 2h+6 & 5-h & h+5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ h-1 \\ 1+h \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h la dimensione dello spazio delle soluzioni è 1:
- (d) Sia $h = 1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. **8pt** Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino π_1 di equazione cartesiana $x - y + z = 1$ e π_2 di equazione cartesiana $-x + y + 2z = 3$.

(a) Determinare la direzione della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$:

(b) Determinare l'intersezione P della retta r con il piano Oyz :

(c) Determinare le intersezioni, Q_1 e Q_2 , di π_1 rispettivamente con l'asse delle x e con l'asse delle y :

(d) Determinare la posizione reciproca della retta r e della retta s passante per Q_1 e Q_2 .

3. (**8 pt**) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

(a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.

(b) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di A .

(c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .

(d) Determinare se A e B sono matrici simili, giustificando dettagliatamente la risposta.

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 settembre 2018
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} h+2 & h-2 & -1 & h+2 \\ 0 & h+2 & 2h+4 & 0 \\ 2h+4 & 6-h & h+4 & 2h+4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ h-2 \\ h \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h la dimensione dello spazio delle soluzioni è 1:
- (d) Sia $h = 2$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. **8pt** Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino π_1 di equazione cartesiana $x - y + z = 2$ e π_2 di equazione cartesiana $4x + 2y - 3z = 1$.

- (a) Determinare la direzione della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$:
- (b) Determinare l'intersezione P della retta r con il piano Oyz :
- (c) Determinare le intersezioni, Q_1 e Q_2 , di π_1 rispettivamente con l'asse delle x e con l'asse delle y :
- (d) Determinare la posizione reciproca della retta r e della retta s passante per Q_1 e Q_2 .

3. (**8 pt**) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
 - (b) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di A .
 - (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
 - (d) Determinare se A e B sono matrici simili, giustificando dettagliatamente la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 settembre 2018
Cognome e Nome:	Matricola:

⇒⇒⇒⇒⇒ **Scrivere in modo LEGGIBILE nome e cognome!** ⇐⇐⇐⇐⇐

1. (6 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} -1 & h-3 & h+1 & h+1 \\ 2h+2 & h+1 & 0 & 0 \\ h+3 & 7-h & 2h+2 & 2h+2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ h-3 \\ h-1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di h la dimensione dello spazio delle soluzioni è 1:
- (d) Sia $h = 3$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

2. (8 pt) Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino π_1 di equazione cartesiana $2x + y + z = 4$ e π_2 di equazione cartesiana $4x + 2y + 3z = 5$.

(a) Determinare la direzione della retta $r = \pi_1 \cap \pi_2$:

(b) Determinare l'intersezione P della retta r con il piano Oyz :

(c) Determinare le intersezioni, Q_1 e Q_2 , di π_1 rispettivamente con l'asse delle x e con l'asse delle y :

(d) Determinare la posizione reciproca della retta r e della retta s passante per Q_1 e Q_2 .

3. (8 pt) Si considerino le matrici $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

(a) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.

(b) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di A .

(c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .

(d) Determinare se A e B sono matrici simili, giustificando dettagliatamente la risposta.
