

Geometria e Algebra Appello dell'11 luglio 2018

<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

← Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...). Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

.....

.....

**Domanda** [openquestdeflingenA] Dati i vettori  $v_1, v_2, v_3$  in  $\mathbb{R}^3$ , cosa significa che essi sono un sistema di generatori di  $\mathbb{R}^3$ ?  w  p  a  c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Domanda** [openquestdeflingenB] Dati i vettori  $v_1, v_2, v_3$  in  $\mathbb{R}^3$ , cosa significa che essi sono linearmente indipendenti?  w  p  a  c

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





**Domanda [rangosimA] ♣** Sia  $A$  una matrice *simmetrica*  $3 \times 3$ . Supponiamo che 2 e 3 siano gli **unici** autovalori di  $A$ . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- $A$  ha rango 2.   $\det A \neq 0$ .  
 Non è possibile determinare il rango di  $A$ .   $A = -2I$ .

**Domanda [rangosimB] ♣** Sia  $A$  una matrice *simmetrica*  $4 \times 4$ . Supponiamo che 4 sia un autovalore di  $A$ . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- $A = 4I$ .   $A$  ha rango 1.  
 Non è possibile determinare il rango di  $A$ .   $\det A \neq 0$ .

**Domanda [rangosimC] ♣** Sia  $A$  una matrice *simmetrica*  $3 \times 3$ . Supponiamo che 1 e 3 siano gli **unici** autovalori di  $A$ . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- $A$  ha rango 1.   $\det A$  è un numero intero.  
 Non è possibile determinare il rango di  $A$ .   $\operatorname{tr} A$  è un numero intero.

**Domanda [rangosimD] ♣** Sia  $A$  una matrice *simmetrica*  $4 \times 4$ . Supponiamo che  $-2$  sia l'**unico** autovalore di  $A$ . Quali delle seguenti affermazioni sono sicuramente vere?

- $\det A < 0$ .   $A$  ha rango 4.  
 Non è possibile determinare il rango di  $A$ .   $A = -2I$ .

**Domanda [formquadA]** Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in  $\mathbb{R}^2$  *definita* positiva:

- $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

**Domanda [formquadB]** Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in  $\mathbb{R}^2$  *definita* negativa:

- $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

**Domanda [formquadC]** Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in  $\mathbb{R}^2$  *semidefinita* positiva:

- $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$

**Domanda [formquadD]** Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in  $\mathbb{R}^2$  *semidefinita* negativa:

- $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

**Domanda [formquadE]** Stabilire quale delle seguenti matrici è associata a una forma quadratica in  $\mathbb{R}^2$  *indefinita*:

- $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$    $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

**Domanda [linappcE]** Sia  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  un'applicazione lineare *suriettiva* tale che  $L \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Ker } L > 0.$    $L \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$   
  $L \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \notin \text{Span} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$    $L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$

**Domanda [linappcF]** Sia  $L: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  un'applicazione lineare tale che  $\text{Im } L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x - y + z = 0 \right\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Ker } L = 1.$    $L$  è suriettiva.  
 Esiste  $X \in \mathbb{R}^2$  tale che  $L(X) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$    $L$  è iniettiva.

**Domanda [linappcG]** Sia  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  un'applicazione lineare *iniettiva* tale che  $L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Im } L = 3.$    $L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$   
 Esiste  $X \neq e_1 \in \mathbb{R}^3$  tale che  $L(X) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$    $\dim \text{Ker } L = 3.$

**Domanda [linappcH]** Sia  $L: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  un'applicazione lineare tale che  $\text{Ker } L = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mid x - 2z = 0 \right\}$ . Quale delle seguenti affermazioni è *necessariamente* vera?

- $\dim \text{Im } L = 2.$    $L \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$   
  $L \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$    $L \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

**Domanda [spectraltwoA] ♣** Sia  $A$  una matrice **simmetrica**  $2 \times 2$ . Se  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\det A = 5$ , quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $A$  ha rango 1.   $\text{tr } A = 6.$   
  $\text{tr } A = 4.$    $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \end{pmatrix}.$

**Domanda [spectraltwoB] ♣** Sia  $A$  una matrice **simmetrica**  $2 \times 2$ . Se  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\det A = 5$ , quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $\text{tr } A = 0.$    $\text{tr } A = -5.$   
 5 è un autovalore di  $A.$    $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$

**Domanda [spectraltwoC] ♣** Sia  $A$  una matrice **simmetrica**  $2 \times 2$ . Se  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\text{tr } A = 0$ , quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $\det A = 0.$    $\det A = 2.$   
  $-1$  è un autovalore di  $A.$    $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

**Domanda** [spectraltwobyt看] ♣ Sia  $A$  una matrice **simmetrica**  $2 \times 2$ . Se  $A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\text{tr } A = -2$ , quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- $\det A = 4$ .  3 è un autovalore di  $A$ .  
  $-3$  è un autovalore di  $A$ .   $A \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

**Domanda** [vspgrassA] Siano  $U$  e  $V$  sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^6$ ; sia  $\dim U = 5$  e  $\dim V = 3$ ; inoltre  $V$  non è contenuto in  $U$ . Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- $U \cap V$  contiene solo il vettore nullo.   $\dim U \cap V = 2$   
  $U$  è sottoinsieme di  $V$ .   $3 \leq \dim U \cap V \leq 5$ .

**Domanda** [vspgrassB] Siano  $U$  e  $V$  sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^5$ ; sia  $\dim U = 2$  e  $\dim V = 4$ ; inoltre  $U$  non è contenuto in  $V$ . Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- $U$  e  $V$  sono disgiunti.   $U + V = \mathbb{R}^5$ .  
  $U$  è sottoinsieme di  $V$ .   $\dim U \cap V = 2$ .

**Domanda** [vspgrassC] Siano  $U$  e  $V$  sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^5$ ; sia  $\dim U = 4$  e  $\dim V = 2$ . Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- $U$  e  $V$  sono in somma diretta.   $U + V = \mathbb{R}^5$ .  
  $V$  è sottoinsieme di  $U$ .   $\dim U \cap V \leq 2$ .

**Domanda** [vspgrassD] Siano  $U$  e  $V$  sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^6$ ; sia  $\dim U = 3$  e  $\dim V = 5$ . Quale delle seguenti affermazioni è **sempre** vera?

- $\dim U \cap V = 1$ .   $2 \leq \dim U \cap V \leq 3$ .  
  $U$  è sottoinsieme di  $V$ .   $\dim U + V = 5$ .

**Domanda** [scaldueA] Siano  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = 2$ .   $\|\mathbf{u}\| = 4$ .  
 L'angolo fra  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  è  $\arccos \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ .   $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  sono ortogonali.

**Domanda** [scaldueB] Siano  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{2}$ .   $\|\mathbf{u}\| = 4$ .  
 L'angolo fra  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  è  $\arccos \frac{2}{3}$ .   $\|\mathbf{v}\| = 5$ .

**Domanda** [scaldueC] Siano  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = 3$ .   $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{3}$ .  
 L'angolo fra  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  è  $\arccos \frac{2}{3}$ .   $\|\mathbf{v}\| = 5$ .

**Domanda** [scaldueD] Siano  $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  e  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- $\|\mathbf{u}\| = 3$ .   $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  sono ortogonali.  
 L'angolo fra  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$  è  $\arccos \frac{2}{5}$ .   $\|\mathbf{v}\| = 6$ .

## CATALOGO