

SCRIVERE IN MODO LEGGIBILE NOME E COGNOME!

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	11 luglio 2018
Cognome:	Matricola:
Nome:	Corso di Laurea:

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 6 & 4 & 9 \\ -4 & -2 & -5 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

2. (8pt)

Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino i punti P_1, P_2 e P_3 di coordinate rispettivamente $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per P_1 e P_2 :
- (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per P_3 e ortogonale a r :
- (c) Determinare il punto di intersezione Q di r con π :
- (d) Determinare la distanza di P_1 da π .

-
3. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} 2+k & -4 & k-2 & -2 \\ k & 2k & 3k & 0 \\ 1 & -2 & -1 & k-1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ k \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di k :
- (b) Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 3:
- (d) Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni per $k = 1$.
-

SCRIVERE IN MODO LEGGIBILE NOME E COGNOME!

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	11 luglio 2018
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -5 & -2 & -7 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

2. (8 pt) Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino i punti P_1, P_2 e P_3 di coordinate rispettivamente $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per P_1 e P_2 :
- (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per P_3 e ortogonale a r :
- (c) Determinare il punto di intersezione Q di r con π :
- (d) Determinare l'angolo fra $\overrightarrow{QP_1}$ e $\overrightarrow{QP_3}$.

-
3. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} k-1 & k-5 & -4 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & k-4 \\ k-3 & 3k-9 & 2k-6 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} k+2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di k :
- (b) Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 1:
- (d) Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni per $k = 2$.
-

SCRIVERE IN MODO LEGGIBILE NOME E COGNOME!

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	11 luglio 2018
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

2. (8 pt) Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino i punti P_1, P_2 e P_3 di coordinate rispettivamente $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per P_1 e P_2 :
- (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per P_3 e ortogonale a r :
- (c) Determinare il punto di intersezione Q di r con π :
- (d) Determinare la distanza di P_2 da π .

-
3. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} k & k & 3k & 0 \\ -4 & 4 + 3k & 3k - 4 & -4 \\ -2 & 2 & -2 & 3k - 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} k \\ 2k \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di k :
- (b) Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 2:
- (d) Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni per $k = -1$.
-

SCRIVERE IN MODO LEGGIBILE NOME E COGNOME!

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	11 luglio 2018
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (8 pt) Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} -8 & -8 & 20 \\ -3 & -4 & 8 \\ -4 & -4 & 10 \end{pmatrix}$

- (a) Determinare il polinomio caratteristico di A
- (b) Determinare gli autovalori di A specificandone molteplicità algebriche e geometriche.
- (c) Determinare una base di ciascun autospazio di A .
- (d) Discutere se esiste una matrice invertibile N tale che $N^{-1}AN$ è diagonale. In caso positivo esibire la matrice. In caso negativo determinare una matrice B che abbia lo stesso polinomio caratteristico di A ma che non sia simile ad A .

2. (8 pt) Si fissi un riferimento cartesiano $\mathcal{R}(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ nello spazio euclideo. Si considerino i punti P_1, P_2 e P_3 di coordinate rispettivamente $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- (a) Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per P_1 e P_2 :
- (b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π passante per P_3 e ortogonale a r :
- (c) Determinare il punto di intersezione Q di r con π :
- (d) Determinare l'angolo fra $\overrightarrow{QP_1}$ e $\overrightarrow{QP_3}$.

-
3. (8 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale k :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 & 3k-8 \\ 3k-10 & -4 & 3k-2 & -4 \\ 3k-6 & k-2 & k-2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2+k \\ 2-k \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di k :
- (b) Determinare per quali valori di k il sistema ammette soluzioni:
- (c) Determinare per quali valori di k lo spazio delle soluzioni ha dimensione 3:
- (d) Determinare una rappresentazione parametrica della varietà delle soluzioni per $k = -2$.
-