

Prova parziale di Matematica - 3 Febbraio 2023 - Tempo a disposizione: 1h e 45 min.
SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66

Matricola

Cognome e Nome

VOTO:

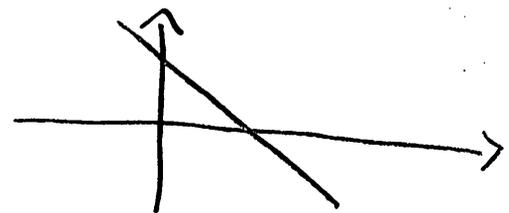
A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza $y(x) = 2x^{-2}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione.

$z = \log z - zw$

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala semilogy (in base 10) è rappresentata da $z = 2w - 2$.

$y = 10^{-z} \cdot 10^{2x}$



A2. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$e^{\frac{x-1}{2x}} \ln\left(\frac{x-1}{2x}\right) \geq 0$

$-1 \leq x < 0$

A3. [8 punti]

Date le funzioni $f(x) = x^2 + 1$ e $g(x) = \sin(x)$, scrivere la funzione composta $f \circ g$ e determinarne il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e ordine 2.

$(\sin x)^2 + 1$

$P_2(x) = 1 + x^2$

A4. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

In un laboratorio i criceti sono il 50% dei topi. Dopo un anno i topi sono aumentati del 15% mentre il numero di criceti è rimasto costante. Calcolare la nuova percentuale di criceti rispetto ai topi.

$\approx 43,47\%$

A5. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = e^{2x} \left(\frac{1-x^2}{2x+1}\right)$, determinare:

• Campo di esistenza $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

• Segno $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -1] \cup (-\frac{1}{2}, 1]$

• Limiti agli estremi del campo di esistenza $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

• Eventuali punti stazionari

• Grafico qualitativo della funzione

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$ p. max, $x_2 = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ p. max

$x_3 = 0$ p. min

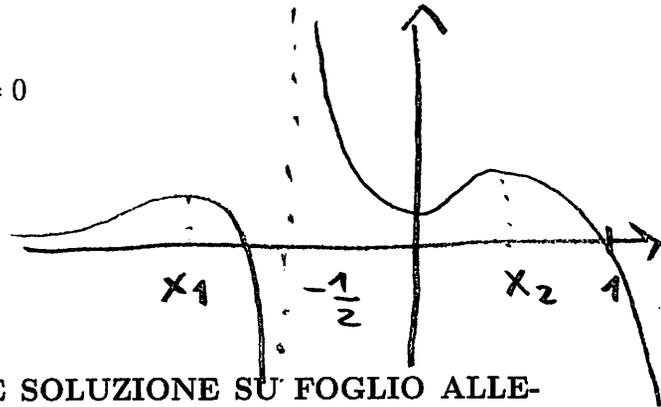
P. max

A6. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - 3y(x) - 3 = 0 \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

$y(x) = 2e^{3x} - 1$



A7. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale aumenta del 10 % (rispetto ad una data quantità iniziale) in 3 minuti. Calcolare, quanto tempo (in minuti) occorre perchè il numero di individui aumenti del 5% .

$k = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{11}{10}\right)$

$T = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{21}{20}\right) \approx 1,57$

A8. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = \cos(x)e^{\sin(x)}$, determinare la funzione

$F(x) := \int_0^x f(t) dt$ $e^{\sin x} - 1$

e calcolare $\int_0^1 f(x) dx$ $e^{\sin 1} - 1$