

Prova parziale di Matematica - 15 Febbraio 2023 - Tempo a disposizione: 1h e 45 min.
SUFFICIENZA 36 PUNTI SU 66

Matricola

Cognome e Nome

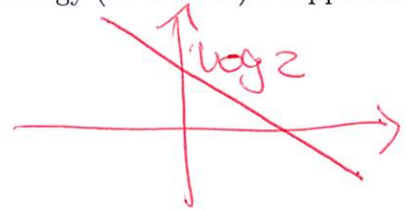
VOTO:

A1. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Determinare l'espressione in scala log log in base 10 della seguente legge potenza $y(x) = 2x^{-3}$ e tracciare un grafico qualitativo di tale espressione.

Determinare poi l'espressione $y = f(x)$ della funzione che in scala semilogy (in base 10) è rappresentata da $z = 2w - 3$.

$z = \text{Log} z - 3w$
 $y = 10^{2x} \cdot 10^{-3}$



A2. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = (2x + 2)e^{x^2+2x}$, determinare la funzione

$F(x) := \int_0^x f(t)dt$ $e^{x^2+2x} - 1$

e calcolare $\lim_{x \rightarrow 1} F(x)$

$e^3 - 1$

A3. [8 punti] Trovare per quali $x \in \mathbb{R}$ si ha

$e^{\frac{\sin^2 x}{x^4+1}} \left(\frac{x^2 - 6x + 9}{x^4 + 1} \right) \geq 0$

$\forall x \in \mathbb{R}$

A4. [10 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Data la funzione $f(x) = |\log((x - 1)(x - 3))|$, determinare:

. Campo di esistenza $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

. Segno $f(x) > 0 \forall x \in D_f$

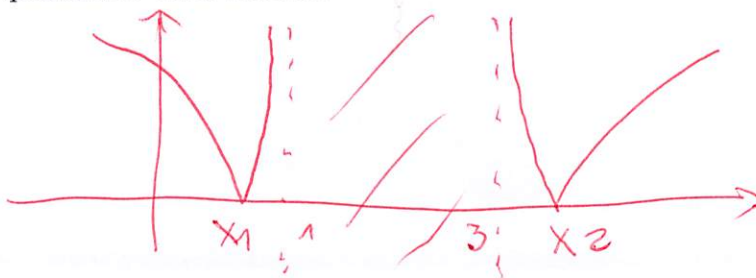
. Limiti agli estremi del campo di esistenza

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

. Eventuali punti di massimo e/o di minimo

. Grafico qualitativo della funzione

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$ p. di min



A5. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

In un laboratorio chimico si miscelano 10 e 20 litri di una soluzione concentrata al 30% e al 45%, rispettivamente. Alla soluzione ottenuta si aggiunge una quantità di solvente pari al 20% del volume della soluzione stessa. Calcolare la concentrazione della soluzione finale.

33,33%

A6. [8 punti]

Data la funzione $f(x) = e^{x^2-2x}$, determinare il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e ordine 2.

$$P_2(x) = 1 - 2x + 3x^2$$

Scrivere poi l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(x_0, f(x_0))$.

$$y = 1 - 2x$$

A7. [8 punti] RIPORTARE PROCEDIMENTO E SOLUZIONE SU FOGLIO ALLEGATO

Una colonia batterica che evolve con legge di crescita esponenziale si riduce del 5% (rispetto ad una data quantità iniziale) in 3 minuti. Sapendo che dopo 10 minuti il numero di batteri è pari a 10^3 , calcolare quanti batteri erano presenti all'istante iniziale.

$$k = \frac{1}{3} \ln\left(\frac{19}{20}\right)$$

$$y_0 = 10^3 / e^{10 \cdot k}$$

A8. [8 punti]

Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 8y(x) = 0 \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

$$y(x) = 2e^{2x} - e^{4x}$$