

**Corso di Algebra 1 - a.a. 2019-2020**

*Prova scritta del 21.09.2020*

**Esercizio 1**

Sia  $G$  un gruppo e  $h, h' \in G$  tali che  $h \neq h'$  e  $o(h) = o(h') = m$ .

Sia  $K = \{x \in G \mid xhx^{-1} = h'\}$  e sia  $C = \{x \in G \mid xhx^{-1} = h\}$  il centralizzante di  $h$ .  
Supponiamo  $K \neq \emptyset$ .

1. Dire se  $K$  è un sottogruppo di  $G$ .
2. Dire se esiste un  $g \in G$  tale che  $gC = K$ .
3. Se  $G$  è finito, dire se  $C$  e  $K$  hanno la stessa cardinalità.

**Esercizio 2** Siano  $I = (X^2 + 3X + 6)$ ,  $J = (2X^3 + 6X^2 + 12X - 3)$  due ideali in  $\mathbb{Q}[X]$ .

1. Dire se  $I$  e/o  $J$  sono massimali.
2. Dire se  $I$  e  $J$  sono coprimi in  $\mathbb{Q}[X]$  e in  $\mathbb{Z}[X]$
3. Determinare un generatore di  $I \cap J$  in  $\mathbb{Q}[X]$ .