

Corso di Algebra 1 - a.a. 2019-2020

Prova scritta del 15.6.2020

Esercizio 1

1. Dire se esiste un omomorfismo non banale $\phi : \mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \rightarrow (\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^*$.
2. Dire se esiste un omomorfismo iniettivo $\phi : \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/2\mathbb{Z} \rightarrow (\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^*$.
3. Descrivere un automorfismo che non sia l'identità di $(\mathbb{Z}/15\mathbb{Z})^*$.

Esercizio 2

Siano $I = (X^2 + X + 1)$, $J = (X - 1) \subset \mathbb{Q}[X]$.

1. Dimostrare che I e J sono coprimi (cioè che $I + J = \mathbb{Q}[X]$).
2. Determinare un generatore di $I \cap J$.
3. Dire se $\mathbb{Q}[X]/(I \cap J)$ è un dominio o un campo.