

Corso di Algebra 1 - a.a. 2020-2021

Prova scritta del 13.07.2021

Esercizio 1

Consideriamo il gruppo diedrale $D_6 = \langle R, S, \mid o(R) = 6, o(S) = 2, SR = R^{-1}S \rangle$ e sia $\phi : D_6 \rightarrow D_6$ l'omomorfismo definito da $\phi(R) = R, \phi(S) = RS$.

1. Determinare la classe di coniugio di S in D_6 .
2. Dire se il centralizzante di S è un sottogruppo normale di D_6 .
3. Dimostrare che ϕ è un automorfismo di D_6 e dire se è un automorfismo interno.

Esercizio 2

Consideriamo l'ideale $I = (X^2 + 4X + 4, 2(X + 1)) \subseteq \mathbb{Z}[X]$.

1. Dire se esiste un elemento $\alpha \in \mathbb{Z}[X]/I$ tale che $\alpha \neq 0$ e $\alpha^2 = 0$.
2. Dire se I è primo e/o massimale in $\mathbb{Z}[X]$.
3. Dire se I è primo e/o massimale in $\mathbb{Q}[X]$.