

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2021-2022

Prova scritta del 9.2.2022

COMPITO A

**Esercizio 1**

Sia  $Oxyz$  un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso  $P$  e  $Q$  i punti di coordinate rispettivamente  $(1, 2, 3)$  e  $(0, 1, -1)$  e siano  $v_1, v_2$  e  $w$  i vettori di coordinate rispettivamente  ${}^t(1, -1, 3)$ ,  ${}^t(0, 4, 1)$  e  ${}^t(1, -1, 5)$ . Sia  $\Pi$  il piano passante per l'origine con giacitura generata da  $\{v_1, v_2\}$ . Determinare le equazioni cartesiane della retta  $r$  passante per  $Q$  e ortogonale a  $\Pi$  e le equazioni parametriche della retta  $s$  passante per  $P$  con giacitura generata da  $w$ . Determinare la posizione reciproca di  $r$  e  $s$ .

**Punti: 4**

**Esercizio 2** Si consideri la matrice  $A_t$  dipendente a un parametro  $t$  reale.

$$A_t = \begin{pmatrix} -t & 0 & -8 \\ 0 & -2t & t \\ \frac{1}{2} & 0 & -3t \end{pmatrix}$$

- (1) Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- (2) Dire se esiste una base di  $\mathbb{R}^3$  fatta da autovettori di  $A_{-3}$  e se esiste determinarne una.

**Punti 5 + 3**

**Esercizio 3** Sia  $q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  la forma quadratica:

$$q \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 + 4x_3^2,$$

sia  $\phi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  la forma bilineare simmetrica corrispondente e sia  $B \in M(3, \mathbb{R})$  tale che  $\phi(v, w) = {}^t v B w, \forall v, w \in \mathbb{R}^3$ .

- (1) Determinare la segnatura di  $q$ .
- (2) Determinare la matrice  $C$  associata a  $\phi$  nella base  $\{v_1 = {}^t(\frac{1}{3}, 0, 0), v_2 = {}^t(\frac{2}{3}, 1, 0), v_3 = {}^t(1, 1, 1)\}$ .
- (3) Dire se  $B$  e  $C$  sono simili.

**Punti: 2+3+3**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2019-2020**  
*Prova scritta del 9.2.2022, Compito A. Risultati*

Nome:

Cognome:

Matricola:

ORALE:

- (1) In presenza
- (2) Online

**ESERCIZIO 1****ESERCIZIO 2**

(1)

(2)

**ESERCIZIO 3**

(1)

(2)

(3)