

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2018-2019

Prova scritta del 23.9.2019

COMPITO A

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P , Q e R i punti di coordinate rispettivamente $(0, 1, 0)$, $(1, -1, 0)$ e $(2, 1, 3)$; sia Π il piano di equazione $\{2x + 3y + z - 1 = 0\}$.

- (1) Determinare una base per la giacitura W di Π . Determinare le equazioni parametriche della retta r passante per P con giacitura ortogonale a W e le equazioni cartesiane della retta r' passante per Q e R .
- (2) Determinare la posizione relativa di r' e r e di r' e Π .
- (3) Determinare l'equazione della sfera S di centro P e raggio pari alla distanza tra P e r' e l'intersezione tra S e r' .

Punti: (4+3+2)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $x \in \mathbb{R}$, $F_x : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, tale che $F_x(1, 1, 0) = (3x, 3x, 0)$, $F_x(0, x, 1) = (0, 1, 0)$, $F_x(1, 2, 0) = (0, -1, 0)$.

- (1) Trovare la matrice A_x associata ad F_x nelle basi canoniche di \mathbb{R}^3 .
- (2) Dire per quali valore del parametro reale x , A_x è diagonalizzabile sui reali.
- (3) Calcolare autovalori e autovettori di A_0 .

Punti (3+5+3)

Esercizio 3

- (1) Determinare la segnatura della forma quadratica $\phi_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\phi_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x^2 + ty^2 + z^2 - 6xz + 2tyz$$

al variare del parametro reale t .

- (2) Dire se la restrizione ϕ_2 al sottospazio di $L \subset \mathbb{R}^3 : L \equiv \{x + y = 0\}$ definita positiva.
- (3) Dire se la restrizione ϕ_2 al sottospazio $L \subset \mathbb{R}^3 : L \equiv \{z = 0\}$ definita positiva .

Punti: (4+2+2)

Esercizio 4

Sia A una matrice reale di ordine 2 tale che $A^2 + A = 2I$ I la matrice identità.

Vero o Falso:

- (1) A è sempre invertibile.
- (2) A non è mai ortogonale.

Punti: (1+1)

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2018-2019

Prova scritta del 23.9.2019

COMPITO B

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P , Q e R i punti di coordinate rispettivamente $(-1, 2, 0)$, $(0, 1, 1)$ e $(1, -1, 1)$; sia Π il piano di equazione $\{x - y + 5z - 3 = 0\}$.

- (1) Determinare una base per la giacitura W di Π . Determinare le equazioni parametriche della retta r passante per P con giacitura ortogonale a W e le equazioni cartesiane della retta r' passante per Q e R .
- (2) Determinare la posizione relativa di r' e r e di r' e Π .
- (3) Determinare l'equazione della sfera S di centro P e raggio pari alla distanza tra P e r' e l'intersezione tra S e r' .

Punti: (4+3+2)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $x \in \mathbb{R}$, $F_x : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, tale che $F_x(1, 1, 0) = (-3x, -3x, 0)$, $F_x(0, x, 1) = (0, 1, 0)$, $F_x(1, 2, 0) = (0, -1, 0)$.

- (1) Trovare la matrice A_x associata ad F_x nelle basi canoniche di \mathbb{R}^3 .
- (2) Dire per quali valore del parametro reale x , A_x è diagonalizzabile sui reali.
- (3) Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .

Punti (3+5+3)

Esercizio 3

- (1) Determinare la segnatura della forma quadratica $\phi_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\phi_t \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = x^2 + ty^2 + z^2 - 2xz + 2tyz$$

al variare del parametro reale t .

- (2) Dire se la restrizione ϕ_2 al sottospazio di $L \subset \mathbb{R}^3 : L \equiv \{y + z = 0\}$ definita positiva.
- (3) Dire se la restrizione ϕ_2 al sottospazio $L \subset \mathbb{R}^3 : L \equiv \{x = 0\}$ definita positiva .

Punti: (4+2+2)

Esercizio 4

Sia A una matrice reale di ordine 2 tale che $A^2 + A = I$ la matrice identità.

Vero o Falso:

- (1) A è sempre invertibile.
- (2) A non è mai ortogonale.

Punti: (1+1)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2018-2019*Prova scritta del 23.9.2019 Risultati*

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

Anno di corso: _____ Mat. _____ Fis. _____ (crocettare)

Compito **A** **B** _____ (crocettare)**ESERCIZIO 1**

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 3

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 4 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

