

## Corso di Algebra Lineare - a.a. 2021-2022

Prova scritta del 20.6.2022

### Esercizio 1

Sia  $Oxyz$  un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso  $P, Q, R$  i punti di coordinate rispettivamente  $(1, 1, 0)$ ,  $(2, 0, 0)$  e  $(1, 0, 1)$ . Sia  $v$  il vettore di coordinate rispettivamente  ${}^t(1, -1, 1)$ . Sia  $r$  la retta passante per  $P$  con giacitura generata da  $v$  e sia  $s$  la retta passante per  $Q$  e  $R$ . Determinare la posizione reciproca di  $r$  e  $s$  e determinare la distanza tra  $r$  e  $s$ .

**Punti: 4**

### Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare  $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$  tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+t^2 \\ 1 \\ 2t \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2-3t+1 \\ -2t \\ 2t \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t^2 \\ 1 \\ -2t \end{pmatrix}.$$

- (1) Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi standard di  $\mathbb{R}^3$ .
- (2) Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- (3) Determinare autovalori e autovettori di  $A_0$ .

**Punti 3 + 4 + 3**

**Esercizio 3** Consideriamo la matrice simmetrica  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

sia  $\phi : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$  la forma bilineare simmetrica corrispondente e  $q$  la forma quadratica associata.

- (1) Determinare la segnatura della restrizione di  $q$  al sottospazio  $W = \langle e_1, e_4 \rangle$  generato dal primo e quarto vettore della base standard.
- (2) Determinare la segnatura di  $q$ .
- (3) Dire se esistono vettori in  $W$  tali che  $q(w) < 0$  e se ne esistono, esibirne uno.

**Punti: 2+2+2**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2021-2022***Prova scritta del 20.6.2022. Risultati*

Nome:

Cognome:

Matricola:

ORALE:

(1) In presenza

(2) Online

**ESERCIZIO 1****ESERCIZIO 2**

(1)

(2)

(3)

**ESERCIZIO 3**

(1)

(2)

(3)