

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2021-2022

Prova scritta del 20.6.2022

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P, Q, R i punti di coordinate rispettivamente $(1, 1, 0)$, $(2, 0, 0)$ e $(1, 0, 1)$. Sia v il vettore di coordinate rispettivamente ${}^t(1, -1, 1)$. Sia r la retta passante per P con giacitura generata da v e sia s la retta passante per Q e R . Determinare la posizione reciproca di r e s e determinare la distanza tra r e s .

Punti: 4

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+t^2 \\ 1 \\ 2t \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2-3t+1 \\ -2t \\ 2t \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -t^2 \\ 1 \\ -2t \end{pmatrix}.$$

- (1) Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi standard di \mathbb{R}^3 .
- (2) Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- (3) Determinare autovalori e autovettori di A_0 .

Punti 3 + 4 + 3

Esercizio 3 Consideriamo la matrice simmetrica $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

sia $\phi : \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ la forma bilineare simmetrica corrispondente e q la forma quadratica associata.

- (1) Determinare la segnatura della restrizione di q al sottospazio $W = \langle e_1, e_4 \rangle$ generato dal primo e quarto vettore della base standard.
- (2) Determinare la segnatura di q .
- (3) Dire se esistono vettori in W tali che $q(w) < 0$ e se ne esistono, esibirne uno.

Punti: 2+2+2

Corso di Algebra lineare - a.a. 2021-2022*Prova scritta del 20.6.2022. Risultati*

Nome:

Cognome:

Matricola:

ORALE:

- (1) In presenza
- (2) Online

ESERCIZIO 1**ESERCIZIO 2**

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 3

(1)

(2)

(3)