

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P, Q, R, T i punti di coordinate rispettivamente $(1, -1, 3)$, $(3, 1, 3)$, $(-1, 5, -5)$ e $(7, 1, 1)$. Sia v il vettore di coordinate ${}^t(0, 1, -1)$. Sia r la retta passante per T con giacitura U generata da v e sia Π il piano passante per P, Q e R . Determinare l'equazione cartesiana di Π e una base per la sua giacitura W . Determinare la posizione reciproca di r e Π e una base del sottospazio $U + W$ di \mathbb{R}^3 .

Punti: 4

Esercizio 2

Si consideri la matrice A_t dipendente dal parametro reale t : $A_t = \begin{pmatrix} t & 0 & 0 & 2t \\ -t & 1 & t-1 & t^2 \\ t & t+1 & -1 & t^2 \\ -t & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- (1) Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- (2) Determinare autovalori e autovettori di A_0 .

Punti 5 + 3

Esercizio 3 Consideriamo la matrice simmetrica dipendente dal parametro reale a :

$$B_a = \begin{pmatrix} a & a & -a \\ a & a^2 & -a \\ -a & -a & a \end{pmatrix}.$$

sia $\phi_a : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la forma bilineare simmetrica corrispondente e q_a la forma quadratica associata.

- (1) Determinare la segnatura di q_a al variare del parametro reale a .
- (2) Dire se esiste un sottospazio di \mathbb{R}^3 di dimensione 2 su cui q_2 è definita positiva e se esiste, determinarlo.
- (3) Dire se esiste un sottospazio di \mathbb{R}^3 di dimensione 2 su cui q_{-1} è definita positiva e se esiste, determinarlo.
- (4) Dire se esiste un sottospazio U di \mathbb{R}^3 di dimensione 1 su cui q_2 è identicamente nulla e se esiste, determinarlo.

Punti: 2+2+2+2

Corso di Algebra lineare - a.a. 2021-2022*Prova scritta del 12.7.2022. Risultati*

Nome:

Cognome:

Matricola:

ORALE:

(1) In presenza

(2) Online

ESERCIZIO 1**ESERCIZIO 2**

(1)

(2)

ESERCIZIO 3

(1)

(2)

(3)

(4)