TUTORATO di ALGEBRA LINEARE

14 dicembre 2018

Esercizio 1 (prova del 19-01-2016)

Si consideri lapplicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che

$$f\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2t\\-t\\3t-2\\0\end{pmatrix}, \quad f\begin{pmatrix}2\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3t\\-t\\5t-2\\0\end{pmatrix}, \quad f\begin{pmatrix}1\\1\\-1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}t-1\\-t\\3t-2\\0\end{pmatrix}, \quad f\begin{pmatrix}0\\1\\-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4t-1\\-t\\3t-2\\-t\end{pmatrix}$$

.

(a) Determinare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$.
(b) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$. $\left[\ t < -\frac{8}{9},\ t > 0\ \right]$
(c) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-1}.

Esercizio 2

Determinare la segnatura di

(a) $A = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\2 & -6 & 0\\3 & 0 & 4\end{pmatrix} \in M(3,\mathbb{R})$ $[\ (1,2)\ ]$

(b) $B_t = \begin{pmatrix}t^2 & t & 0\\t & 1 & t+1\\0 & t+1 & (t+1)^2\end{pmatrix} \in M(3,\mathbb{R})$ al variare del parametro reale t.
$[\ (1,0)$ per $t = 0$ e $t = -1,\ (2,1)$ altrimenti $]$