

TUTORATO di ALGEBRA LINEARE

04 dicembre 2018

Esercizio 1

Si consideri la seguente matrice con parametro $t \in \mathbb{R}$:

$$X_t = \begin{pmatrix} 2t & 1 & 0 \\ 3t & 0 & 0 \\ t & 0 & -t \end{pmatrix} \in M(3, \mathbb{R}) :$$

- (a) Calcolare il polinomio caratteristico relativo a X_t e le sue radici.
- (b) Calcolare autovalori e autospazi di $X_0, X_1, X_{1/5}$.
- (c) Per quali valori di t la matrice è diagonalizzabile? [$t < -3, t > 0$ con $t \neq 1$]

Esercizio 2

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una funzione lineare tale che

$$f \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad f \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Verificare che f è unica.
- (b) Calcolare $(M_f)_{E,E}$, dove E è la base standard di \mathbb{R}^3 .
- (c) Trovare una base per $\ker f$.

Esercizio 3

Sia $A \in M(3, \mathbb{R}) : A^3 = I, A \neq I$.

- (a) Trovare almeno una tale matrice A .
- (b) Dire se è vero o falso che tale A è diagonalizzabile. [F]