

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2015-2016

Prova scritta del 8.7.2016

COMPITO A

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(2, 1, 1)$ e $(3, -1, 2)$; C e A i punti di coordinate rispettivamente $(1, 0, 3)$ e $(1, 1, 1)$.

- (1) Scrivere le equazioni cartesiane per la retta r passante per A e C , per il piano π passante per C , P e Q e per la sfera S di centro C passante per P ;
- (2) determinare le posizioni relative di r e π , di r e S e di π e S . La retta r è ortogonale al piano π ?
- (3) Dimostrare che esistono infinite sfere con centro sul piano π tangenti alla retta r .

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t ,

$F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2t+1 \\ -2t-2 \\ -2t+1 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -t+1 \\ 2t+3 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ t-2 \\ -3t-4 \end{pmatrix}.$$

- (1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^3 .
- (2) Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile su \mathbb{R} .
- (3) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-2} .

- (4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & t \\ 1 & 0 & t & 1 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t .

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

- (1) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(3, \mathbb{R})$ invertibile tale che $A^6 - A^3 = 0$ e $A^3 \neq I$.
- (2) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(3, \mathbb{R})$ invertibile tale che $A^6 - A^3 = 0$ e $A \neq I$.
- (3) Dire se è vero o falso che esistono matrici $A \in M(4, \mathbb{C})$ tali che $A^*A = 3I$ e se esistono, dire se sono tutte diagonalizzabili su \mathbb{C} .
- (4) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(4, \mathbb{C})$ tale che $A^*A = -3I$

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2015-2016*Prova scritta del 08.07.2016 Risultati*

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

Anno di corso: _____ Mat. _____ Fis. _____ (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)**ESERCIZIO 1**

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

(3) V F

(4) V F