Corso di Algebra Lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 24.9.2018

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(2,3,1)$ e $(1,-1,2)$; A e C i punti di coordinate rispettivamente $(2,1,-4)$ e $(3,-1,-2)$; inoltre, sia v il vettore ${}^t(1,-2,2)$.

a) Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per P e Q, per il piano π passante per A un cui vettore normale è v e per la sfera S di centro C passante per A;
b) determinare le posizioni relative di r e π, di S e π, di r e S;
c) sia T_1 un punto esterno a una sfera S_1 e r_1 una retta non passante per T_1. Dimostrare che non sempre esiste un piano π_1 parallelo a r_1, passante per T_1 e tangente a S_1.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+9 \\ 2t+18 \\ -\frac{45}{2} \end{pmatrix}, \ F_t\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 27+3t \\ -\frac{129}{4} \end{pmatrix}, \ F_t\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4t \\ 18-2t \\ \frac{37}{2} \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base standard in partenza e in arrivo.
(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di $A_{\frac{3}{4}}$.
(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} t^2-3 & t^2-3 & t^2-3 \\ t^2-3 & t^2-3 & -t^2+2 \\ t^2-3 & -t^2+2 & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

(1) Dire se è vero o falso che ogni matrice $A \in M(3,\mathbb{R})$ tale che $2A + 2A^t = I$ è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$.
(2) Dire se è vero o falso che ogni matrice $A \in M(3,\mathbb{R})$ tale che $2A + 2A^t = I$ è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Dire se è vero o falso che esistono matrici $A, B \in M(7,\mathbb{R})$ di rango 1 tali che $A+B$ ha rango 2.
(4) Dire se è vero o falso che esistono matrici $A, B \in M(7,\mathbb{R})$ di rango 1 tali che $A+B$ ha rango 3.

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 24.9.2018 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

a)

b)

c)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F
(3) V F
(4) V F