

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 19.1.2018

COMPITO C

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso C , P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(2, -5, 2)$, $(3, -2, -1)$ e $(-1, -4, 5)$; w_1 , w_2 e v i vettori rispettivamente ${}^t(2, -1, 0)$, ${}^t(6, -2, 1)$ e ${}^t(2, -2, -1)$; r la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x + 2z = 7 \end{cases}.$$

- Determinare equazioni cartesiane per la sfera S di centro C e raggio 2 e per il piano π passante per Q e la cui giacitura è generata da w_1 e w_2 , ed equazioni parametriche per la retta r ;
- determinare le posizioni relative di π e S , di r e S , di r e la retta s passante per C la cui giacitura è generata da v ;
- siano date due rette sghembe r_1 e s_1 la cui (minima) distanza è d . Dire (dimostrandolo) se esistono sfere di raggio $6d$ tangenti contemporaneamente a r_1 e s_1 e, nel caso che ne esistano, se ce ne sono un numero finito o infinito.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t , $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ 2(1-t) \\ 1-t \\ 1-t \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t \\ 1-t \\ 2(1-t) \\ 2(1-t) \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3t \\ -4t+5 \\ -3t+4 \\ 3t+3 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3t \\ 6(1-t) \\ 3(1-t) \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base standard in partenza e in arrivo.
- Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile su \mathbb{R} .
- Calcolare autovalori e autovettori di A_0 .

- Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} t-4 & t & 0 & 0 \\ t & t+4 & 2t & t+3 \\ 0 & 2t & 0 & 0 \\ 0 & t+3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t .

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

- Dire se è vero o falso che esistono $A, B \in M(3, \mathbb{C})$ tali che $A \neq 0$, $B \neq 0$ e $A^*A + B^*B = -I$.
- Dire se è vero o falso che esistono $A, B \in M(3, \mathbb{C})$ tali che $A \neq 0$, $B \neq 0$ e $A^*A + B^*B = I$.
- Dire se è vero o falso che esiste $A \in M(4, \mathbb{R})$ tale che $A^3 = 0$ e A non diagonalizzabile.
- Dire se è vero o falso che esiste $A \in M(5, \mathbb{R})$ tale che il rango di A^2 sia 1, $A^2 = A^3$ e tale che 1 non sia un autovalore di A .

Punti: (1+1+2+1)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2017-2018*Prova scritta del 19.1.2018 Risultati*

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____

Anno di corso: _____ Mat. _____ Fis. _____ (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)**ESERCIZIO 1**

a)

b)

c)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

(3) V F

(4) V F