**Corso di Algebra Lineare - a.a. 2016-2017**
*Prova scritta del 19.1.2017*
COMPITO **B**

**Esercizio 1**
Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso $P$ e $Q$ i punti di coordinate rispettivamente $(-4,1,2)$ e $(-1,-1,0)$; $v_1$, $v_2$ e $w$ i vettori rispettivamente ${}^t(3,2,1)$, ${}^t(-1,1,3)$ e ${}^t(1,-2,0)$; inoltre, sia $S$ la sfera di equazione $x^2+y^2+z^2-4x+4y-10z+32=0$, $r_1$ la retta di equazioni cartesiane

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=-1 \\ x+y=4 \end{cases},$$

$r_2$ la retta passante per $Q$ la cui giacitura è generata da $w$.

(1) Determinare centro e raggio di $S$, equazioni parametriche per la retta $r_1$ ed equazioni cartesiane per il piano $\pi$ passante per $P$ e la cui giacitura è generata da $v_1$ e $v_2$;
(2) determinare le posizioni relative di $\pi$ e $S$, di $r_1$ e $S$, di $r_1$ e $r_2$;
(3) siano date due rette sghembe $s_1$ e $s_2$ e una sfera $B$ esterna ad ambedue le rette. Esistono rette contemporaneamente incidenti a $s_1$ ed $s_2$ e tangenti a $B$? Se sì, ne esistono infinite?

**Punti: (3+4+3)**

**Esercizio 2**
Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale $t$, $F_t : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-\frac{t}{2}\\-2\\-1\end{pmatrix}, F_t\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2t\\2t\\4\\2\end{pmatrix}, F_t\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\\5t\\-1\end{pmatrix}, F_t\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-8t\\-4t\\0\\-t+3\end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice $A_t$ associata a $F_t$ nella base ordinata

$$\mathcal{B} := \{v_1=\begin{pmatrix}2\\0\\0\\0\end{pmatrix}, v_2=\begin{pmatrix}2\\1\\0\\0\end{pmatrix}, v_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}, v_4=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\-1\end{pmatrix}\}$$

in partenza e in arrivo.
(2) Dire per quali valori del parametro reale $t$, $A_t$ è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di $M := \begin{pmatrix}1&0&1&0\\-1&1&-1&4\\-4&0&5&0\\2&0&1&2\end{pmatrix}$.
(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix}2t&-t&-3t&0\\-t&2t&2t&0\\-3t&2t&10t&1\\0&0&1&1-t\end{pmatrix}$ al variare del parametro reale $t$.

**Punti: (4+4+3+4)**

**Esercizio 3** Sia $A := \begin{pmatrix}1&-2&0\\-2&10&5\\0&5&0\end{pmatrix}$ e sia $\phi$ la forma bilineare simmetrica su $\mathbb{R}^3$ data da $\phi(v,w) = {}^tvAw$, $\forall v,w \in \mathbb{R}^3$.

(1) Dire se è vero o falso che esiste un $v \in \mathbb{R}^3$ tale che $v \neq 0$ e $\phi(v,v)=0$.
(2) Dire se è vero o falso che $A + {}^tBB$ è semidefinita positiva per ogni $B \in M(3,\mathbb{R})$, $B \neq 0$.
(3) Dire se è vero o falso che $A + {}^tBB$ è semidefinita negativa per ogni $B \in M(3,\mathbb{R})$, $B \neq 0$.
(4) Dire se è vero o falso che esistono matrici $A \in M(3,\mathbb{C})$ tali che $A^* = iA$, $det(A) = 2(i+1)$ e se esistono, dire se sono tutte diagonalizzabili su $\mathbb{C}$.

**Punti: (1+1+1+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2016-2017**
*Prova scritta del 19.01.2016* Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

**ESERCIZIO 1**

(1)

(2)

(3)

**ESERCIZIO 2**

(1)

(2)

(3)

(4)

**ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)**

(1) V F
(2) V F
(3) V F
(4) V F