Corso di Algebra Lineare - a.a. 2015-2016
Prova scritta del 18.2.2016
COMPITO **B**

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso A e B i punti di coordinate rispettivamente $(3, 2, 2)$ e $(-1, 3, 1)$; C e P i punti di coordinate rispettivamente $(1, -3, 2)$ e $(-1, -1, 3)$; inoltre, siano v il vettore ${}^t(1, 1, 0)$ e w il vettore ${}^t(-2, 2, 1)$.

a) Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per A e B, per il piano π_1 passante per P la cui giacitura è generata dai vettori v e w e per la sfera S di centro C passante per P;
b) determinare le posizioni relative di r e π_1, di r e S e un'equazione cartesiana per il piano π_2 tangente a S in P;
c) siano r_1, r_2 e r_3 tre rette sghembe a due a due. Quante sono (se esistono) le rette s che intersecano tutte e tre le rette date?

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2 Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t+1 \\ t+1 \\ 3t+1 \end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+1 \\ -t-1 \\ 1 \end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1-t \\ -1-t \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$.
(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di $A_{-\frac{4}{3}}$.
(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & t+3 & 0 & 0 \\ t+3 & -t & 2t & 0 \\ 0 & 2t & t-1 & t+1 \\ 0 & 0 & t+1 & 1 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

(1) Dire se è vero o falso che per ogni A, B matrici reali di ordine 3 entrambe diagonalizzabili, $A - B$ è diagonalizzabile.
(2) Dire se è vero o falso che $\forall A \in M(5, \mathbb{R})$ tale che $A^2 = A$ e $A \neq I$, A non è invertibile.
(3) Dire se è vero o falso che $\forall M \in O(3)$, iM è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$.
(4) Dire se è vero o falso che $\forall M \in O(3)$, M è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2015-2016
Prova scritta del 18.02.2016 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F
(3) V F
(4) V F