

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2015-2016

Prova scritta del 18.2.2016

COMPITO A

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso A e B i punti di coordinate rispettivamente $(2, 3, 1)$ e $(1, -1, 2)$; C e P i punti di coordinate rispettivamente $(2, 1, -4)$ e $(3, -1, -2)$; inoltre, siano v il vettore ${}^t(0, 1, 1)$ e w il vettore ${}^t(1, -2, 2)$.

- Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per A e B , per il piano π_1 passante per P la cui giacitura è generata dai vettori v e w e per la sfera S di centro C passante per P ;
- determinare le posizioni relative di r e π_1 , di r e S e un'equazione cartesiana per il piano π_2 tangente a S in P ;
- siano r_1, r_2 e r_3 tre rette sghembe a due a due. Quante sono (se esistono) le rette s che intersecano tutte e tre le rette date?

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2 Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t ,

$F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2t+1 \\ t-1 \\ 3t+1 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+1 \\ -t+1 \\ 1 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1-t \\ -t-1 \end{pmatrix}.$$

- Determinare la matrice A_t associata a F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^3 .
- Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile su \mathbb{R} .
- Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .

- Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & t+3 & 0 & 0 \\ t+3 & -t & 2t & 0 \\ 0 & 2t & t-1 & t+1 \\ 0 & 0 & t+1 & 1 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t .

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

- Dire se è vero o falso che per ogni A, B matrici reali di ordine 3 entrambe diagonalizzabili, $A + B$ è diagonalizzabile.
- Dire se è vero o falso che $\forall A \in M(4, \mathbb{R})$ tale che $A^2 = A$ e $A \neq I$, A non è invertibile.
- Dire se è vero o falso che $\forall M \in O(3)$, M è diagonalizzabile su \mathbb{C} .
- Dire se è vero o falso che $\forall M \in O(3)$, M è diagonalizzabile su \mathbb{R} .

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2015-2016*Prova scritta del 18.02.2016 Risultati*

Nome:

Cognome:

Matricola:

Anno di corso:

Mat.

Fis.

(crocettare)

Compito

A**B****C****D**

(crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

(3) V F

(4) V F