

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 16.7.2018

COMPITO B

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(-3, 1, 2)$ e $(-2, 3, 4)$, e A il punto di coordinate $(-5, 2, -1)$; inoltre, siano v e w i vettori ${}^t(8, 1, -5)$ e ${}^t(4, 3, -1)$ e sia S la sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z - 12 = 0$.

- Trovare centro e raggio di S e scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per P e Q e per il piano π passante per A la cui giacitura è generata da v e w ;
- determinare le posizioni relative di r e π , di π e S e determinare la distanza della retta r dal centro della sfera S ;
- sia S' una sfera di raggio R , π' un piano a distanza $d < R$ dal centro di S' e s una retta esterna alla sfera. Determinare (dimostrandolo) se esistono sempre rette contemporaneamente tangenti S' , parallele a π' e secanti r , e se esistono, se esse sono un numero finito o infinito.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t , $F_t : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3t - 7 \\ -3t - 35 \\ -20 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3t \\ -3t - 21 \\ -15 \end{pmatrix}, F_t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t - 7 \\ t + 7 \\ 2t + 10 \end{pmatrix}.$$

- Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base standard in partenza e in arrivo.
- Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile su \mathbb{R} .
- Calcolare autovalori e autovettori di A_{-7} .

(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & 6t + 1 & 0 & t \\ 6t + 1 & 0 & 3t & t \\ 0 & 3t & 0 & 9t \\ t & t & 9t & 0 \end{pmatrix}$ al variare del parametro

reale t .

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

- Dire se è vero o falso che ogni matrice $A \in M(2, \mathbb{R})$ tali che $A^2 = 3I$ è diagonalizzabile.
- Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(4, \mathbb{R})$ tale che $A^2 = 3I$, A non è un multiplo dell'identità e A è diagonalizzabile.
- Dire se è vero o falso che esistono matrici $A \in M(4, \mathbb{R})$ tali che $A^* = 3A - I$ e, se esistono, dire se sono tutte diagonalizzabili.
- Dire se è vero o falso che per ogni $A \in M(7, \mathbb{R})$ invertibile, tAA è congruente a $2I$.

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2017-2018*Prova scritta del 16.7.2018 Risultati*

Nome: _____ Cognome: _____ Matricola: _____
Anno di corso: _____ Mat. _____ Fis. _____ (crocettare)
Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

a)

b)

c)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F

(2) V F

(3) V F

(4) V F