Corso di Algebra Lineare - a.a. 2015-2016

Prova scritta del 15.9.2016

COMPITO **A**

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso S la sfera di equazione $x^2+y^2+z^2-2x+4z=4$, P, Q e T i punti di coordinate rispettivamente $(3,-2,-1)$, $(1,0,-1)$ e $(4,1,1)$, v_1 il vettore ${}^t(1,1,0)$, v_2 il vettore ${}^t(2,1,-2)$ e w il vettore ${}^t(1,0,-2)$.

(1) Trovare il centro C e il raggio R di S, scrivere equazioni cartesiane per il piano π passante per P e avente giacitura generata da v_1 e v_2 e per la retta r passante per Q e avente giacitura generata da w;
(2) determinare le posizioni relative di r e π, di r e S e di π e S;
(3) i punti C, P e T sono allineati? Se non lo sono, sia s la retta per C e P: trovare il punto di s più vicino a T e l'area del triangolo CPT.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2 Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2+5 \\ 4t^2-5t \\ 4t-4 \end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2t^2+t \\ -2t+1 \end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t^2+1 \\ -t \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$.
(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di A_2.
(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 1 & t & 1-t & 0 \\ t & t^2 & 0 & 0 \\ 1-t & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

(1) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in O(4)$ tale che $det(A) = -1$, $A^4 = I$ e A non diagonalizzabile.
(2) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(4, \mathbb{R})$ simmetrica tale che $det(A) = -1$, $A^4 = A$.
(3) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(5, \mathbb{C})$ tale che $A^* = -A$, $det(A) = -1$.

Punti: (2+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2015-2016

Prova scritta del 15.09.2016 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F
(3) V F