Corso di Algebra Lineare - a.a. 2015-2016

Prova scritta del 14.6.2016

COMPITO **A**

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P_1 e P_2 i punti di coordinate rispettivamente $(0,1,2)$ e $(4,1,6)$; C e Q i punti di coordinate risp. $(2,3,5)$ e $(1,2,4)$; inoltre, sia v il vettore ${}^t(2,3,2)$.

a) Scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per P_1 e P_2, il piano π_2 passante per Q e ortogonale al vettore v e per la sfera S con centro nel punto C e passante per P_2;

b) determinare le posizioni relative di π e r, di π e S, di r e S;

c) sia S' una sfera di centro P_1 e raggio 1. Dimostrare che esistono rette parallele a r e tangenti contemporaneamente a S e a S'. Quante ce ne sono?

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2 Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t,

$F_t : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\2\\2t\\0\end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix}-1\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-2t\\-2t-2\\2t\\0\end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\0\\-t\end{pmatrix},$$

$$F_t\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3t\\2t+2\\-3t\\2t\end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$.

(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.

(3) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-2}.

(4) Determinare la segnatura di $B_t :={}^t A_t + A_t$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

(1) Dimostrare che non esiste una matrice $A \in M(4,\mathbb{R})$ invertibile tale che ${}^tAA = -3I$.

(2) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(4,\mathbb{R})$ tale che ${}^tAA = -3I$.

(3) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in M(4,\mathbb{R})$ tale che ${}^tAA = 3I$ e se esiste, dire se è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$.

(4) Dire se è vero o falso che tutte le matrici $A \in M(2,\mathbb{R})$ tali che $A^2 + A + I = 0$ sono diagonalizzabili su $\mathbb{R}$.

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2015-2016
Prova scritta del 03.02.2016 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(2) V F
(3) V F
(4) V F