Corso di Algebra Lineare - a.a. 2016-2017
Prova scritta del 13.6.2017
COMPITO **A**

Esercizio 1
Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso C e P i punti di coordinate rispettivamente $(1,3,-2)$ e $(-1,2,-4)$; v, w i vettori ${}^t(1,-1,-1)$, ${}^t(6,4,-1)$; Q, R i punti di coordinate rispettivamente $(3,1,-1)$ e $(-5,-1,-1)$, e C' il punto di coordinate $(3,1,2)$.

(1) Determinare equazioni cartesiane per la sfera S_1 di centro C e passante per P, per il piano π passante per Q e la cui giacitura è generata da v e w e per la retta r passante per R e la cui giacitura è ortogonale sia a v che a w;
(2) determinare il punto di intersezione T tra r e π e le posizioni relative di π e S_1 e di r e S_1;
(3) sia S_2 la sfera di centro C' e raggio 3. Dimostrare che S_1 e S_2 si intersecano e dire se esiste (almeno) una retta passante per T e tangente ad ambedue le sfere in uno dei punti di intersezione.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2
Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-\frac{19}{12}\\ t+\frac{41}{24}\\ \frac{t^2}{3}-\frac{7}{24}\end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-t+\frac{5}{12}\\ 2t-\frac{7}{24}\\ \frac{t^2}{3}-\frac{7}{24}\end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3t+\frac{11}{4}\\ -3t-\frac{25}{8}\\ t+\frac{7}{8}\end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base ordinata $\{v_1 = \begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}\}$ in partenza e in arrivo.
(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-1}.
(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} t & t & 0 & -t\\ t & t & 0 & -1\\ 0 & 0 & 1 & 1\\ -t & -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3
(1) Dire se è vero o falso che per ogni $A \in M(4,\mathbb{R})$ la matrice $7A+7\,{}^tA-3I$ è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(2) Dire se è vero o falso che per ogni $A, B \in M(3,\mathbb{C})$ tali che $A=-A^*$, $B=B^*$ e $AB=BA$, $A+B$ è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$.
(3) Dire se è vero o falso che per ogni $A, B \in M(3,\mathbb{C})$ tali che $A=-A^*$, $B=B^*$, $A+B$ è diagonalizzabile su $\mathbb{C}$.

Punti: (1+2+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2016-2017
Prova scritta del 13.06.2017 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F
(3) V F