Corso di Algebra Lineare - a.a. 2016-2017
Prova scritta del 1.2.2017
COMPITO **A**

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso C, P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(2,1,3)$, $(0,-3,2)$ e $(-2,-3,1)$; v e w i vettori rispettivamente ${}^t(2,-2,1)$ e ${}^t(2,0,1)$; inoltre, sia π_1 il piano di equazione $x+2y+2z=1$, s_1 la retta passante per P la cui giacitura è generata da v e s_2 la retta passante per Q la cui giacitura è generata da w. Sia S la sfera di centro C e raggio 5.

(1) Determinare un'equazione cartesiana di S, un'equazione parametrica di π_1 ed equazioni cartesiane per la retta n passante per P e perpendicolare a π_1;
(2) determinare le posizioni relative di π_1 e S, di s_1 e π_1, di s_2 e S;
(3) sia dato un piano π_2, una retta s_3 parallela a π_2 e distante da esso 2 e una retta s_4 (incidente e) perpendicolare a s_3, ma né parallela, né perpendicolare a π_2. Esistono sfere di raggio 3 contemporaneamente tangenti a π_2, s_3 e s_4? Se sì, ne esistono infinite?

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2
Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ tale che $F_t\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-t-1\\-2t\\-3t\\3t\end{pmatrix}$, $F_t\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}t+2\\2t+1\\t+1\\-3t-1\end{pmatrix}$, $F_t\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\2t-1\\0\end{pmatrix}$, $F_t\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\1\\t+2\\2t-3\end{pmatrix}$.

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base ordinata
$$\mathcal{B} := \{v_1 = \begin{pmatrix}-1\\0\\0\\0\end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\-1\\0\end{pmatrix}, v_4 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\\-1\end{pmatrix}\}$$
in partenza e in arrivo.
(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di $M := \begin{pmatrix}2&0&0&0\\6&1&0&-1\\0&6&5&3\\9&1&0&3\end{pmatrix}$.
(4) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix}(t-3)^2 & t(t-3) & t^3+1\\ t(t-3) & t^2 & 0\\ t^3+1 & 0 & 0\end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3
(1) Dire se è vero o falso che per ogni $A \in M(4,\mathbb{C})$ che non è un multiplo dell'identità e tale che $A^2 = -I$ si ha che gli autovalori di A sono i e $-i$.
(2) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A \in Mat(4,\mathbb{R})$ che ha un autovalore λ tale che gli autovalori di $A - \lambda I$ siano $1, -1, 2, -2$.
(3) Siano $A, B \in M(5,\mathbb{R})$ simmetriche, siano q_A e q_B le forme quadratiche associate e supponiamo che q_B sia definita positiva. Dire se è vero o falso che esiste una base di $\mathbb{R}^5$ che è ortogonale sia per q_A che per q_B.
(4) Dire se è vero o falso che per ogni A e B come nel punto (3) vale $AB = BA$.

Punti: (1+1+2+1)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2016-2017
Prova scritta del 01.02.2017 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F
(3) V F
(4) V F