FACOLTÀ DI INGEGNERIA
ESAME DI ANALISI MATEMATICA B
(Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio, Civile, Meccanica.)

A.A. 2008/2009

Docente: S. Fornaro

1. Modalità d'esame.

Per essere ammessi alla prova orale è necessario:

- superare la prova scritta in uno degli appelli previsti dal calendario accademico con un voto superiore o uguale a 18. A tal proposito si ricorda che lo scritto è costituito da 12 esercizi e che viene assegnato il punteggio 2 ad ogni risposta esatta, 0 a ogni risposta sbagliata o non data;

oppure

- superare le prove in itinere con un punteggio maggiore o uguale a 17. Viene assegnato il punteggio 1 ad ogni risposta esatta, 0 a ogni risposta sbagliata o non data. Il voto finale si ottiene somma dei punteggi delle due prove in itinere, moltiplicata per 1,5 e, nel caso in cui il non sia intero, approssimata al primo intero successivo.

Si ricorda anche che NON sono ammessi a sostenere la prova scritta relativa al I appello gli Studenti che si sono presentati alla II prova scritta in itinere.

Lo studente che abbia superato lo scritto deve sostenere l'orale nei giorni immediatamente successivi alla prova scritta, secondo un calendario che verrà concordato con la Commissione giudicatrice.

SOLO gli studenti che abbiano superato la II prova scritta in itinere o lo scritto nel I appello possono scegliere di sostenere l'orale anche nel II appello di Luglio (ma non oltre).

Lo studente può scegliere una fra le tre seguenti possibilità per sostenere la prova orale.

- **Prova orale di livello base:** consiste nella risoluzione di uno o due esercizi del tipo di quelli normalmente inseriti nelle prove scritte. Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 22/30 e non potrà superare di più di 3 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.
- **Prova orale di livello medio:** Oltre che saper risolvere esercizi di tipo elementare, lo studente deve conoscere le definizioni principali e gli enunciati dei teoremi più importanti relativi alle varie parti del corso secondo quanto indicato nella sezione seguente, collegando (ove è il caso) gli argomenti fra di loro e fornendo anche semplici esempi di applicazioni. Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 26/30 e non potrà superare di più di 7 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.
- **Prova orale di livello elevato:** Lo studente deve conoscere, in modo approfondito, quanto svolto a lezione (definizioni, enunciati, dimostrazioni, esempi) relativamente ad ogni parte del corso secondo quanto indicato nella sezione seguente, padroneggiando i collegamenti (ove è il caso) fra i vari argomenti e sapendo anche trattare esercizi ed esempi di media difficoltà. Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare di più di 10 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

Il voto dello scritto pu subire anche variazioni negative.

2. Definizioni, Enunciati e Dimostrazioni per le prove orali di livello medio o di livello elevato

Premesse

- Per la prova orale di livello medio occorre sapere tutto quanto è scritto di seguito tranne le parti in neretto. Per la prova orale di livello elevato bisogna conoscere anche tutto quello che è scritto in neretto.
- I libri di testo consigliati sono:

C. Canuto, A. Tabacco, *Analisi Matematica I*, II edizione, Springer, 2005;
R.A. Adams, *Calcolo Differenziale 2*, IV edizione, C.E. Ambrosiana, 2007.

Ovviamente, vanno bene anche libri alternativi o appunti presi correttamente a lezione.

Definizioni

- Somme parziali di una serie, serie convergente o divergente o indeterminata (oscillante), serie geometrica, serie telescopica;
- serie a termini positivi, serie armonica, serie armonica generalizzata o p-serie;
- serie assolutamente convergente;
- serie di potenze reali e raggio di convergenza;
- serie di Taylor (e di Mac Laurin); polinomi di Taylor (e di Mac Laurin).

- Intorno di un punto, insieme aperto, chiuso, limitato, compatto, punto interno o punto di frontiera;
- funzione *reale* di più variabili reali, insiemi (curve) di livello, grafico;
- limiti e continuità per funzioni reali di più variabili;
- derivate parziali del primo ordine, gradiente, derivata parziale di ordine superiore;
- differenziabilità per una funzione reale di due variabili, piano tangente;
- derivata direzionale e sua interpretazione geometrica;
- funzione *vettoriale* di più variabili reali, limiti, continuità e differenziabilità, matrice iacobiana;
- coordinate polari in 2-d, coordinate sferiche e coordinate cilindriche in 3-d;

- Punto di massimo o di minimo relativo e assoluto, punto critico o stazionario, punto sella;
- massimo o minimo relativo e assoluto;

- Dominio *y*-semplice, *x*-semplice, semplice, regolare;
- integrale doppio;
- integrale triplo.

- Curva in forma parametrica, curva chiusa, semplice, vettore tangente (o velocità), velocità scalare, curva regolare, curva rettificabile e lunghezza di una curva, curve equivalenti;
- integrale di linea rispetto alla lunghezza d'arco;
- campo vettoriale, linee di campo, campo conservativo, campo irrotazionale, potenziale di un campo conservativo;
- integrale di linea di un campo vettoriale e sua interpretazione;
- dominio semplicemente connesso;
- **superficie in forma parametrica, superficie regolare, superfici cartesiane; area di una superficie, integrale di superficie, flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie orientata;**
- divergenza e rotore di un campo vettoriale.

Enunciati e Dimostrazioni

- Carattere della serie geometrica con dimostrazione;
 - condizione necessaria per la convergenza di una serie con dimostrazione;
 - criterio del confronto **con dimostrazione**;
 - criterio del confronto asintotico;
 - divergenza della serie armonica **con dimostrazione**;
 - criterio di confronto tra serie ed integrale **con dimostrazione**;
 - carattere della serie armonica generalizzata con dimostrazione;
 - criterio del rapporto per le serie a termini positivi;
 - criterio della radice per le serie a termini positivi con dimostrazione;
 - criterio di convergenza assoluta con dimostrazione;
 - criterio di Leibniz per le serie a segni alterni **con dimostrazione**;
 - teorema sull'esistenza dell'intervallo di convergenza per le serie di potenze reali;
 - teorema sulla derivazione e integrazione termine a termine delle serie di potenze reali;
 - formule di Taylor con resto in forma di Lagrange **con dimostrazione**;
 - sviluppi di Mac Laurin notevoli di: e^x , $\log(1+x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\sinh x$, $\cosh x$, $\arctan x$,
 - dimostrazione dello sviluppo di Mac Laurin di e^x , $\sin x$, $\cos x$.
-
- Conseguenze della differenziabilità per una funzione reale di più variabili reali;
 - formula relativa al calcolo delle derivate direzionali tramite il gradiente **con dimostrazione**;
 - teorema di Schwarz sull'uguaglianza di derivate parziali miste;
 - significato geometrico del gradiente;
 - Teorema di derivazione di funzioni composte;
 - Teorema di Lagrange o del valor medio;
 - Formula di Taylor del secondo ordine per funzioni reali di due variabili;
-
- Teorema di Weierstrass;
 - Teorema di Fermat;
 - test delle derivate seconde per la classificazione di punti critici;
 - Integrale doppio in un rettangolo e in un dominio più generale e proprietà;
 - formule di riduzione (o di iterazione) per gli integrali doppi;
 - **teorema sul cambiamento di variabili negli integrali doppi**, integrali doppi in coordinate polari;
 - **integrali tripli in coordinate cilindriche o polari sferiche**;
 - formula per la lunghezza di una curva regolare;
 - condizione necessaria per la conservatività di un campo vettoriale con dimostrazione;
 - teorema sull'indipendenza dal percorso per gli integrali di linea di campi vettoriali conservativi con dimostrazione,
 - caratterizzazione dei campi conservativi;
 - esistenza del potenziale in domini semplicemente connessi;
 - Teorema di Green nel piano, Teorema della divergenza (o di Gauss) in due e in tre dimensioni.