

Integrali doppi

Per ciascuna delle seguenti funzioni calcolare l'integrale doppio $\iint_D f(x, y) dx dy$ sul dominio D indicato a lato e disegnare D :

1. $f(x, y) = \frac{1}{(x+y)^2}$, $D = [3, 4] \times [1, 2]$
2. $f(x, y) = \begin{cases} x+y & x+y-1 \geq 0 \\ 2x-y^2 & x+y-1 < 0 \end{cases}$ $D = [0, 1] \times [0, 1]$
3. $f(x, y) = \frac{x}{x^2+y^2}$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{2} \leq y \leq x^2, 1 \leq x \leq 2\}$
4. $f(x, y) = \frac{\sin(y^2)}{y}$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 < y \leq \pi, 0 \leq x \leq y^2\}$
5. $f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2+y^2}$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2, y \geq x\}$
6. $f(x, y) = xy$, $D =$ regione delimitata da $y = 0$ e dalla curva $y = 2x - x^2$
7. $f(x, y) = \frac{y}{x}$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq y \leq x\}$
8. $f(x, y) = |y| + \sin x$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, |x| + |y| > 1\}$
9. $f(x, y) = |x| + y^2 \sin x$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 1 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2}, |x| \leq 1\}$
10. $f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}$, $D =$ regione delimitata da $y = \frac{1}{x}$, $y = x$ e dalle rette $x = 1$, $x = 2$
11. $f(x, y) = |y - x|$, $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1\}$

Nell'integrale iterato

$$\int_{-1}^1 dx \int_{|x|}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy$$

scambiare l'ordine di integrazione.