

1. Sia  $D = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; x \geq |y| \}$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $D$ , percorsa tutta **una volta in senso antiorario**.  
Sia  $\vec{F}(x, y) = (\cos(5x) + 5y^2)\vec{i} + (x \sin(5y) + 5x^2)\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ .  
Sia  $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $3\sqrt{2}I$  vale 20
2. Si consideri,  $\forall \alpha \in \mathbf{R}$ , il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y) = (\cos(7x) + \alpha x y e^{-7x^2})\vec{i} + (\alpha \sin(7y) + e^{-7x^2})\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Quali sono **tutti e soli** gli  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui  $\vec{F}(x, y)$  è **conservativo** in tutto  $\mathbf{R}^2$ ?  $\alpha = -14$
3. Sia  $D = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 1; -1 \leq y \leq x^2 \}$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $D$ .  
Sia  $\vec{n}(x, y)$  il versore normale **esterno** a  $C$  nel generico punto  $(x, y) \in C$ .  
Sia  $\vec{F}(x, y) = (9x^2 + \cos y)\vec{i} + (e^{-9x} - 9y)\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ .  
Sia  $J = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$ . Allora  $3J$  vale -72
4. Sia  $V = \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1; -1 \leq z \leq \sqrt{1 - x^2 - y^2} \}$ . Sia  $S$  la superficie **totale** di  $V$ . Sia  $\vec{n}(x, y, z)$  il versore normale **esterno** a  $S$  nel generico  $(x, y, z) \in S$ .  
Sia  $\vec{F}(x, y, z) = (8x^2 + \cos z)\vec{i} + (z \sin x - 8y)\vec{j} + (8yz - z)\vec{k}$ ,  $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ .  
Sia  $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$ . Allora  $\frac{3J}{\pi}$  vale -45
5. Si consideri, nel piano  $xy$ , il quadrato  $Q$  di vertici i punti  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-1, 1)$ .  
Sia  $I = \iint_Q (3|x| - x \cos(3y)) dx dy$ . Allora  $9I$  vale 18
6. Sia  $f(x, y) = -2(x + y) + 1$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Sia  $Q = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : (x, y) \in T; x^2 + y^2 \geq 1 \}$ , dove  $T$  è il poligono di vertici (nell'ordine)  $(2, 0)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-3, 3)$ ,  $(-2, 0)$ .  
Sia  $M$  il **valore** massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione  $f$  a  $Q$ ;  
sia  $m$  il **valore** minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione  $f$  a  $Q$ .  
Allora  $m + 2M$  vale -1
7. Sia  $f(x, y) = x^3 + y^7 + 4 - 27x - 7y$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Sia  $(x_0, y_0)$  l'unico punto di **massimo** relativo della funzione  $f$ . Allora  $x_0 + y_0 + f(x_0, y_0)$  vale 60
8. Sia  $C$  la curva del piano  $xy$  data da  $\vec{r}(t) = t^5\vec{i} + t^2\vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ . Sia  $\vec{F}(x, y) = y\vec{i} + 6x\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Sia  $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $7J$  vale 17

- Per ognuna delle 8 domande : 1 punto, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Il punteggio totale ottenuto nella presente prova sarà sommato al punteggio totale conseguito nella prima prova in itinere.
- Se il punteggio complessivo (I prova + II prova) moltiplicato per 1,5 e, nel caso in cui il risultato non sia intero, arrotondato all'intero immediatamente superiore, è maggiore o uguale di 17 punti, lo studente è ammesso alla prova orale; altrimenti, dovrà ripresentarsi ad uno degli appelli d'esame successivi.
- **Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.**