

7. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (\alpha \arctan(8x) + 2xe^{-8y^3})\vec{i} + (\alpha x^2 y^2 e^{-8y^3} + \cos(8y^2))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Quali sono **tutti e soli** gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\vec{F}(x, y)$ è **conservativo** in tutto \mathbf{R}^2 ? $\alpha = -24$

8. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = 7 \cos t \vec{i} - \sin t \vec{j}$, $0 \leq t \leq \pi$.
Sia $\vec{F}(x, y) = -7y\vec{i} + 7x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.
Allora $\frac{I}{\pi}$ vale -49

9. Sia S la superficie **totale** del solido $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : (x, y) \in T; |z| \leq 1\}$, dove T è il quadrilatero, nel piano xy , di vertici, nell'ordine, $(1, 0)$, $(0, 2)$, $(-1, 0)$, $(0, -2)$.
Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale **esterno** a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.
Sia $\vec{F}(x, y, z) = 3xy^3\vec{i} + y(\arctan(3x) - 1)\vec{j} + z(z + 3)\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.
Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora J vale 16

10. Si consideri, nel piano xy , il poligono Q di vertici, nell'ordine, $(2, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(0, -1)$. Sia C la curva-bordo di Q . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico punto $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = x^4 \arctan(5y)\vec{i} + (5xy + \cos(5x))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.
Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $6I$ vale 10

11. Sia $f(x, y) = 4x + 1 - 4y$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |x| \leq 2; |x| - 4 \leq y \leq |x| + 2\}$.
Sia M il **valore** massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q ; sia m il **valore** minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q .
Allora $2M + m$ vale 11

12. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9; y \leq -|x|\}$. Sia C la curva-bordo di D , percorsa tutta una volta **in senso antiorario**. Sia $\vec{F}(x, y) = (x^5 \sin(6y) + e^{-6x})\vec{i} + 6xy\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.
Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $\frac{J}{\sqrt{2}}$ vale -54

-
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
 - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
 - **Tempo a disposizione: 2 ore .**

1. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = 6y^4 + y \arctan(6x)$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (0, -1, 6)$ di S .

Allora $g(-1, 0)$ vale

-12

2. Sia $f(x, y) = y^2 e^{5x-x^2} + 5xy^4, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 1)$ vale

30

3. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} 8^{-n} n^2 (x-4)^{3n}$. Allora $2 \sup I + \inf I$ vale

14

4. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-2} 3^{n-1}}{(16)^n}$.

Allora $\frac{1}{s}$ vale

-19

5. Sia $g(x) = 3x^3 \sin(x^3) + e^{-3x^8}, \forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_{13}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 13 della funzione g . Allora $P'_{13}(1)$ vale

-12

6. Quali sono tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge

la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{4x+1} + 30}{n^{30} + 2}$?

$x < 7$

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .