

1. Sia  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + z^2 \leq 1; -9 \leq y \leq 9; z \geq 0\}$ . Sia  $S$  la superficie totale di  $V$ . Sia  $\vec{n}(x, y, z)$  il versore normale esterno a  $S$  nel generico  $(x, y, z) \in S$ . Sia  $\vec{F}(x, y, z) = (9xy^3 + \sin(9z))\vec{i} + (xe^{-9z} + 9y)\vec{j} + z(1 + \sin(9x))\vec{k}$ ,  $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ . Sia  $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$ . Allora  $\frac{J}{\pi}$  vale 90
2. Sia  $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 3; -1 - |x| \leq y \leq 3 - |x|; x^2 + y^2 \geq 1\}$ . Sia  $f(x, y) = 1 - 3\sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $M$  il valore massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione  $f$  a  $Q$ ; sia  $m$  il valore minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione  $f$  a  $Q$ . Allora  $m - 2M$  vale -10
3. Sia  $C$  la curva del piano  $xy$  data da  $\vec{r}(t) = t^2\vec{i} + 7t^4\vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ . Sia  $\vec{F}(x, y) = y\vec{i} + x^2\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $6I$  vale 35
4. Sia  $f(x, y) = x^3 - y^3 + 5 - 3x^2 + 3y$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $(x_1, y_1)$  l'unico punto di minimo relativo della funzione  $f$ ; sia  $(x_2, y_2)$  l'unico punto di massimo relativo della funzione  $f$ . Allora  $f(x_1, y_1) + 2f(x_2, y_2)$  vale 13
5. Si consideri,  $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ , il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y) = (\alpha x^3 y^2 \sin(8x^4) + \cos(8x^2))\vec{i} + (\alpha e^{-8y} + 2y \cos(8x^4))\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Quali sono tutti e soli gli  $\alpha \in \mathbb{R}$  per cui  $\vec{F}(x, y)$  è conservativo in tutto  $\mathbb{R}^2$ ?  $\alpha = -32$
6. Si consideri, nel piano  $xy$ , il poligono  $Q$  di vertici, nell'ordine, i punti  $(1, 0)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(-2, -1)$ ,  $(2, -1)$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $Q$ , percorsa tutta una volta in senso antiorario. Sia  $\vec{F}(x, y) = y^3 \sin(6x)\vec{i} + (x^3 y^5 - 6x)\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $I$  vale -36
7. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \leq |x|\}$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $D$ . Sia  $\vec{n}(x, y)$  il versore normale esterno a  $C$  nel generico punto  $(x, y) \in C$ . Sia  $\vec{F}(x, y) = (2xy - e^{-2y})\vec{i} + x^3 \sin(2y)\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $J = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$ . Allora  $3\sqrt{2}J$  vale -4
8. Si consideri, nel piano  $xy$ , il poligono  $T$  di vertici, nell'ordine, i punti  $(1, 2)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(0, -2)$ ,  $(1, -2)$ . Sia  $I = \iint_T (x^2 \arctan(4y) - 4x) dx dy$ . Allora  $6I$  vale 16

- Per ognuna delle 8 domande : 1 punto, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Il punteggio totale ottenuto nella presente prova sarà sommato al punteggio totale conseguito nella prima prova in itinere.
- Se il punteggio complessivo (I prova + II prova) moltiplicato per 1,5 e, nel caso in cui il risultato non sia intero, arrotondato all'intero immediatamente superiore, è maggiore o uguale di 17 punti, lo studente è ammesso alla prova orale; altrimenti, dovrà ripresentarsi ad uno degli appelli d'esame successivi.
- Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.