

# FACOLTÀ DI INGEGNERIA . ESAMI DI ANALISI MATEMATICA B .

(Ingegneria Biomedica, Elettrica, Elettronica, Informatica.)

A.A. 2008/2009. CLASSE L-Z. DOCENTE : M.L. BERNARDI.

**Definizioni, enunciati e dimostrazioni da sapere per le prove orali di livello medio o di livello elevato.**

## **Premesse.**

1) Tutto quanto scritto successivamente in **neretto** va saputo per la **prova orale di livello medio**. Per la prova orale di livello elevato va saputo **anche** tutto quanto scritto in carattere normale. (N.B. Le dimostrazioni saranno richieste **solo** agli Studenti che sosterranno la prova orale di livello elevato.)

2) Per comodità degli Studenti, si riporta, accanto a quanto successivamente indicato, il riferimento ai libri di testo consigliati (C.CANUTO-A.TABACCO, *Analisi Matematica I*, terza edizione, Springer, 2008; R.A. ADAMS, *Calcolo Differenziale 2*, quarta edizione, C.E. Ambrosiana, 2007), che verranno citati d'ora in poi rispettivamente come (CT) e (A). Per quanto riguarda gli argomenti "*Serie di potenze; Polinomi e Serie di Taylor e di Mac Laurin*", si rinvia all'apposita dispensa scritta dalla Prof. Simona FORNARO (citata d'ora in poi come (SF)), che è reperibile nella sezione "Appunti e Dispense - Copisteria virtuale" sul sito web <http://www-1.unipv.it/webing/> della Facoltà di Ingegneria. Ovviamente, vanno bene anche libri alternativi o appunti presi correttamente a lezione.

## **DEFINIZIONI.**

**Successione, successione limitata, successione monotona, successione convergente o divergente o indeterminata (oscillante), successione geometrica ((CT), par. 3.2 e 5.4); somme parziali di una serie, serie convergente o divergente o indeterminata (oscillante), serie geometrica ((CT), par. 5.5); serie a termini positivi, serie armonica ((CT), par. 5.5.1); serie armonica generalizzata o p-serie (appunti presi a lezione); serie assolutamente convergente, serie semplicemente convergente ((CT), par. 5.5.2); serie di potenze reali (SF); serie di Taylor (e di Mac Laurin) (SF); polinomi di Taylor (e di Mac Laurin) ((SF); (CT), par. 7.1); funzione reale di più variabili reali, limiti di funzioni, funzione continua ((A), par. 3.1 e 3.2); derivata parziale del primo ordine o di ordine superiore ((A), par. 3.3 e 3.4); funzione differenziabile, matrice jacobiana di una funzione a valori vettoriali ((A), par. 3.6); gradiente, derivata direzionale ((A), par. 3.7); punto di massimo o di minimo relativo, punto critico, punto sella ((A), par. 4.1);**

**integrali doppi su rettangoli o su domini più generali, cenni sugli integrali tripli ((A), par. 5.1 e par.5.5);**

**funzione vettoriale di una variabile reale, curva in forma parametrica, vettore tangente o velocità, velocità scalare, curva rettificabile ((A), par. 2.1 e 2.3); funzione vettoriale di più variabili reali o campo vettoriale, campo conservativo, ((A), par. 6.1 e 6.2); integrale di linea rispetto alla lunghezza d'arco, integrale di linea di un campo vettoriale, dominio semplicemente connesso ((A), par. 6.3 e 6.4); superficie in forma parametrica, area di una superficie, integrale di superficie, flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie orientata ((A), par. 6.5 e 6.6); divergenza e rotore di un campo vettoriale ((A), par. 7.1)).**

## ENUNCIATI E DIMOSTRAZIONI.

Dimostrazione della divergenza della serie armonica (appunti presi a lezione), **condizione necessaria per la convergenza di una serie** con dimostrazione ((CT), par. 5.5); **criterio del confronto** con dimostrazione, **criterio del rapporto** e **criterio della radice** per le serie a termini positivi ((CT), par. 5.5.1 e Complementi in rete C.7); **criterio di Leibniz** per le serie a segni alterni con dimostrazione e **criterio di convergenza assoluta** con dimostrazione ((CT), par. 5.5.2 e Complementi in rete C.7); **teorema sull'esistenza dell'intervallo di convergenza** per le serie di potenze reali con dimostrazione, **teorema sulla derivazione e integrazione termine a termine delle serie di potenze reali**, **teorema sulle proprietà della funzione somma di una serie di potenze reali** (SF); **formule di Taylor con i resti di Peano e di Lagrange** ((SF); (CT), par.7.1); **sviluppi di Taylor e di Mac Laurin notevoli** (di  $e^x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\sinh x$ ,  $\cosh x$ ,  $\arctan x$ ) ((SF); (CT), par. 7.2); dimostrazione dello sviluppo di Mac Laurin di  $e^x$  (SF); **teorema sull'uguaglianza di derivate parziali miste** ((A), par. 3.4); regole di derivazione di funzioni composte ((A), par. 3.5); **teorema relativo al calcolo delle derivate direzionali tramite il gradiente** ((A), par. 3.7); **test delle derivate seconde** (cioè della matrice hessiana) per la classificazione di punti critici ((A), par. 4.1); **formule di riduzione (o di iterazione) per gli integrali doppi** ((A), par. 5.2); **teorema sul cambiamento di variabili negli integrali doppi**, **integrali doppi in coordinate polari** ((A), par.5.4); **formule di riduzione per gli integrali tripli su intervalli tridimensionali** (appunti presi a lezione); **integrali tripli in coordinate cilindriche o polari sferiche** ((A), par. 5.6); **formula per la lunghezza di una curva di classe  $C^1$**  ((A), par. 2.3); **condizione necessaria per la conservatività di un campo vettoriale** con dimostrazione ((A), par. 6.2); **teorema relativo all'indipendenza dal percorso per gli integrali di linea di campi vettoriali** con dimostrazione (solo la prima parte), **esistenza del potenziale in domini semplicemente connessi** ((A), par. 6.4); **teorema di Green nel piano**, **teorema della divergenza (o di Gauss) in due e in tre dimensioni**, **teorema di Stokes** ((A), par. 7.3, 7.4 e 7.5).