

1. Sia A l'insieme costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n^{52-x^2} + 1} . \text{ Allora } 2 \sup A - \inf A \text{ vale } \boxed{21}$$

2. Sia $g(x) = 8x^8 \ln(1+x^2) - \frac{1}{8} \cos(8x^4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_{13}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 13 della funzione g . Allora $P'_{13}(-1)$ vale $\boxed{-64}$

3. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{2n+1} 4^{n-2}}{(17)^n}$.

Allora $\frac{1}{2s}$ vale $\boxed{-26}$

4. Sia $f(x, y) = y^2 \cos(5x) + 5xe^{y-1}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia \vec{u} il versore associato alla retta r di equazione $y - 2x = 0$, orientata nel senso delle x crescenti.

Allora $\sqrt{5} \frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0, 1)$ vale $\boxed{9}$

5. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^2 3^{-n} (x+9)^{2n-1}$. Allora $(\sup I) \cdot (\inf I)$ vale $\boxed{78}$

6. Sia $f(x, y) = y^3 \sin(\pi e^{4x}) - 4\pi y^2 \arctan x$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\pi^{-1} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 1)$ vale $\boxed{-20}$

-
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
 - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
 - Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Si consideri, nel piano xy , la curva C di equazione $y = \frac{x^2}{2}$, $0 \leq x \leq \sqrt{3}$.

Sia $I = \int_C 6x \, ds$. Allora $3I$ vale 42

8. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = -t^2 \vec{i} + t \vec{j}$, $0 \leq t \leq 1$.

Sia $\vec{F}(x, y) = 7y^3 \vec{i} - x^2 \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $5J$ vale -15

9. Sia $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 3; |y| \leq 1; 0 \leq z \leq 1\}$. Sia S la superficie-bordo di V .

Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale esterno a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = x \arctan(3y) \vec{i} + (xe^{3z} - y) \vec{j} - y^2 z \vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) \, dS$. Allora $3J$ vale -24

10. Si consideri, nel piano xy , il poligono T di vertici, nell'ordine, $(2, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$. Sia C la curva-bordo di T , percorsa tutta una volta in senso antiorario.

Sia $\vec{F}(x, y) = y^6 \cos(5x) \vec{i} + 5x|y| \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora J vale 10

11. Sia $f(x, y) = 4 + 2x^5 + 2y^3 + 5x^2 - 3y^2$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia (x_m, y_m) l'unico punto di minimo relativo della funzione f ; sia (x_M, y_M) l'unico punto di massimo relativo della funzione f . Allora $f(x_m, y_m) + 2f(x_M, y_M)$ vale 17

12. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9; y \leq -|x|\}$. Sia C la curva-bordo di D .

Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale esterno a C nel generico punto $(x, y) \in C$.

Sia $\vec{F}(x, y) = 6xy \vec{i} + (y^5 \sin^3(6x) + e^{-6x}) \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) \, ds$.

Allora $\frac{I}{\sqrt{2}}$ vale -54

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .