

1. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge

la serie di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} n^2}{3^{2n} (n+1)} (x-6)^{n-1}$. Allora $2 \sup I + \inf I$ vale

27

2. Sia $f(x, y) = x^4 e^{8y}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 0)$ la derivata direzionale di f nel punto $(x_0, y_0) = (1, 0)$ secondo il versore $\vec{u} = -\frac{1}{5}(4\vec{i} + 3\vec{j})$.

Allora $5 \frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 0)$ vale

-40

3. Sia $f(x, y) = y^2 \cos(\frac{\pi}{2} e^{7x})$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\frac{1}{\pi} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 7)$ vale

-49

4. Sia $g(x) = 5 \arctan(x^3) + \frac{1}{5} \cos(5x^4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_{12}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 12 della funzione g . Allora $P'_{12}(-1)$ vale

20

5. Quali sono tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui diverge

la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 + 16}{n^{2x+16} + 1}$?

 $x \leq -6$

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n 2^{n+1}}{(11)^n}$.

Allora $\frac{8}{s}$ vale

-26

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Sia S la superficie totale del solido $V = \{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; |z| \leq 1 \}$.

Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale esterno a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = (5xy + z^2)\vec{i} + (zy^2 - y)\vec{j} + (5z + x^2y)\vec{k}, \forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.

Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora $\frac{J}{\pi}$ vale 24

8. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (\sin(4y^2) + \alpha e^{-4x})\vec{i} + (\frac{\alpha}{2}xy \cos(4y^2) + e^{4y})\vec{j}, \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Quali sono tutti e soli gli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\vec{F}(x, y)$ è conservativo in tutto \mathbf{R}^2 ? $\alpha = 16$

9. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = 10 \sin t \vec{i} + \cos t \vec{j}, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$.

Sia $\vec{F}(x, y) = 3(y\vec{i} - x\vec{j}), \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $\frac{I}{\pi}$ vale 15

10. Sia $f(x, y) = 6\sqrt{x^2 + y^2}, \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $Q = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : (x, y) \in T; x^2 + y^2 \geq 1 \}$, dove T è il trapezio di vertici (nell'ordine) $(3, 4), (-3, 4), (-1, -2), (1, -2)$.

Sia M il valore massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q ;

sia m il valore minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q .

Allora $M + 2m$ vale 42

11. Sia $D = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9; x \leq 0 \}$. Sia C la curva-bordo di D .

Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale esterno a C nel generico punto $(x, y) \in C$.

Sia $\vec{F}(x, y) = (8x^2y + e^{8y})\vec{i} + 8xy\vec{j}, \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $\frac{I}{3}$ vale -48

12. Si consideri, nel piano xy , il quadrato Q di vertici $(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)$.

Sia C la curva-bordo di Q , percorsa tutta una sola volta in senso antiorario.

Sia $\vec{F}(x, y) = (7x^2y - y \sin x)\vec{i} + (e^{7y} - 7x)\vec{j}, \forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $3J$ vale -49

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .