

1. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = 5x^4 + e^{-5y}$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 6)$ di S .

Allora $g(0, 1)$ vale

-19

2. Sia $f(x, y) = x^3 e^{-4y} - x^2 \arctan(4y)$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 0)$ vale

-20

3. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge

la serie di potenze reali $\sum_{n=0}^{+\infty} (n+3) 3^{-n} (x-10)^n$. Allora $\sup I + 2 \inf I$ vale

27

4. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{5^{n+1}}{(17)^n}$.

Allora $\frac{25}{s}$ vale

12

5. Sia $g(x) = 2x^4 + \frac{1}{5} e^{-2x^5}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_{12}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 12 della funzione g . Allora $P'_{12}(-1)$ vale

-14

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n 7 \pi^{2n}}{2^{2n} (2n+1)!}$.

Allora πs vale

14

-
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
 - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
 - Tempo a disposizione: 2 ore .

Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (2x^5 + \frac{3\alpha}{2}x^2y^2 \sin(2x^3))\vec{i} + (\alpha e^{-2y^2} + 2y \cos(2x^3))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Qual'è l'unico $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il campo vettoriale $\vec{F}(x, y)$ è conservativo in tutto \mathbb{R}^2 ? $\alpha = -4$

Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + 7 \sin t \vec{j}$, $\pi \leq t \leq 2\pi$. Sia $\vec{F}(x, y) = (y - 7\pi)\vec{i} - x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $\frac{J}{\pi}$ vale -21

Sia S la superficie totale dell'emisfero $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 9; z \geq 0\}$. Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale esterno a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = (3y + x)\vec{i} + (3y^2 + z^3)\vec{j} + z(x^5 + 3)\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora $\frac{J}{6\pi}$ vale 12

(N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in \mathbb{R}^3 .)

Si consideri, nel piano xy , il triangolo T di vertici $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$.

Sia C la curva-bordo di T , percorsa tutta una sola volta in senso antiorario.

Sia $\vec{F}(x, y) = 5xy\vec{i} + (xy^3 + 5y^2)\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $9J$ vale 30

(N.B. Si consiglia di usare il teorema di Green (o di Stokes) in \mathbb{R}^2 .)

Si consideri, nel piano xy , il quadrato Q di vertici $(6, 0)$, $(0, 6)$, $(-6, 0)$, $(0, -6)$.

Sia $D = \{(x, y) \in Q : x^2 + y^2 \geq 4\}$. Sia $f(x, y) = x^2 + y^2$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Sia M il valore massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a D ;

sia m il valore minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a D .

Allora $M + 2m$ vale 44

2. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4; y \leq 0\}$. Sia C la curva-bordo di Q .

Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale esterno a C nel generico punto $(x, y) \in C$.

Sia $\vec{F}(x, y) = 6xy\vec{i} + x^3y\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$.

Allora $\frac{3I}{4}$ vale -24

(N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in \mathbb{R}^2 .)

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .