

1. Sia C la curva data da $\vec{r}(t) = 2 \cos t \vec{i} + t \vec{j}$, $0 \leq t \leq \pi$. Sia $\vec{F}(x, y) = x \vec{i} + 2y \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $\frac{4J}{\pi^2}$ vale 4
2. Sia $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4; y \geq |x|\}$. Sia $I = \iint_T y(x^3 + 8) dx dy$. Allora $\frac{3I}{\sqrt{2}}$ vale 64
3. Sia $f(x, y) = x + y$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1; 0 \leq x \leq 6; 0 \leq y \leq 2\}$. Sia M il valore massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q ; sia m il valore minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q . Allora $M + 2m$ vale 10
4. Si consideri, nel piano xy , il poligono D di vertici (nell'ordine) i punti $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$, $(-1, -1)$, $(1, -1)$. Allora l'integrale $\iint_D (7 + x^2 y^3) dx dy$ vale 21
5. Si consideri il prisma $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in T; 0 \leq z \leq 4\}$, dove T è il triangolo del piano xy di vertici i punti $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$. Sia S la superficie totale di V . Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale esterno a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$. Sia $\vec{F}(x, y, z) = (z - 4x) \vec{i} + (yx^3 - 4z) \vec{j} + (\sin^2 y - z) \vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora J vale -20
- (N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in \mathbb{R}^3 .)
6. Sia $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 0; -5 \leq y \leq 5\}$. Sia C la curva-bordo di T , percorsa tutta una sola volta in senso antiorario. Sia $\vec{F}(x, y) = (x^2 - 2xy) \vec{i} + 5x^2 y \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora I vale -40
- (N.B. Si consiglia di usare il teorema di Green (o di Stokes) in \mathbb{R}^2 .)
7. Si consideri, $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (\alpha xy^3 \cos(3x^2) + 3e^{3 \sin x}) \vec{i} + (\alpha \sin(y^2) - 6y^2 \sin(3x^2)) \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Qual'è l'unico $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il campo $\vec{F}(x, y)$ è conservativo (cioè ammette potenziale) in tutto \mathbb{R}^2 ? $\alpha = -12$
8. Si consideri, nel piano xy , il trapezio D che ha come vertici (nell'ordine) i punti $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(-2, 1)$, $(-1, 0)$. Sia C la curva-bordo di D . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale esterno a C nel generico punto $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = 9xy \vec{i} + x^5 y^2 \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $3J$ vale 45
- (N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in \mathbb{R}^2 .)

- Per ognuna delle 8 domande: 1 punto, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Il punteggio totale ottenuto nella presente prova sarà sommato al punteggio totale conseguito nella prima prova in itinere.
- Se il punteggio complessivo (I prova + II prova) moltiplicato per 1,5 e, nel caso in cui il risultato non sia intero, arrotondato all'intero immediatamente superiore, è maggiore o uguale di 17 punti, lo studente è ammesso alla prova orale; altrimenti, dovrà ripresentarsi ad uno degli appelli d'esame successivi.
- Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.