

1. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = 6y^3 + \sin(6(x+1))$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (-1, 1, 6)$ di S .

Allora $g(0, 2)$ vale

30

2. Sia $f(x, y) = x^4 \arctan(-5y) - 5x^2y, \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 0)$ vale

-30

3. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n 2^{4n-1}}{n+4} (x+4)^{2n}$. Allora $\sup I - 3 \inf I$ vale

9

4. Quali sono tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge

la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{3x-\frac{1}{2}}}{n^{23}\sqrt{n^3}+23}$?

$x < 8$

5. Sia $g(x) = 3 \sin(x^3) + \frac{1}{3} e^{3x^4}, \forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_8(x)$ il polinomio di Mac Laurin

di ordine 8 della funzione g . Allora $P'_8(1)$ vale

25

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n+1) 8^{2n-1}}{(n+1)!}$.

Allora $\ln(8s+1)$ vale

-64

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = \left(\frac{\alpha}{4}y^3 \sin(8x) + \arctan(8x)\right)\vec{i} + (\alpha e^{-8y} + 3y^2 \cos(8x))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Qual' è l'unico $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il campo $\vec{F}(x, y)$ è conservativo (cioè ammette potenziale) in tutto \mathbb{R}^2 ?

-32

8. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = 7t^2\vec{i} - t^3\vec{j}$, $0 \leq t \leq 1$.

Sia $\vec{F}(x, y) = 2y\vec{i} - x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $10I$ vale

-14

9. Sia S la superficie totale del prisma $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in T; |z| \leq \frac{1}{2}\}$, dove T è il triangolo del piano xy di vertici i punti $(1, 0)$, $(0, 3)$, $(0, -3)$.

Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale esterno a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = (3x + e^y)\vec{i} + (3y^2 + yz^3)\vec{j} + (3y \cos x - z)\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora J vale

6

10. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq 0\}$. Sia C la curva-bordo di D , percorsa tutta una sola volta in senso antiorario. Sia $\vec{F}(x, y) = (5y^2 - e^{-5x})\vec{i} + 5x^2y\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $6J$ vale

-40

11. Sia $f(x, y) = 4e^{x^2} - y^5 + 5y + 4$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia (x_m, y_m) l'unico punto di minimo relativo della funzione f . Allora $f(x_m, y_m) - x_m - y_m$ vale

5

12. Si consideri, nel piano xy , il triangolo T , di vertici i punti $(0, 0)$, $(3, 1)$, $(3, -1)$.

Sia C la curva-bordo di T . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale esterno a C

nel generico punto $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = (6x + x \sin y)\vec{i} + (x^3 + 6xy)\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora I vale

54

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .