

1. Sia $f(x, y) = y^3 \arctan(2x) + ye^{2 \sin x}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, -1)$ vale 8

2. Sia I l'intervallo costituito da **tutti e soli** gli $x \in \mathbb{R}$ per cui **converge** la serie

di potenze reali $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{9^n (n-1)^2} (x-17)^{n+1}$. Allora $\sup I + 2 \inf I$ vale 42

3. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = 3y^3 + e^{-3 \sin x}$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (0, 1, 4)$ di S .

Allora $g(1, 0)$ vale -8

4. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} 5^{2n}}{n!}$.

Allora $\ln(1-s)$ vale -25

5. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n+1}}{(15)^n}$.

Allora $\frac{4}{s}$ vale 13

6. Sia $g(x) = e^{-6x^6} + 6 \sin(x^2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_8(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 8 della funzione g . Allora $P'_8(-1)$ vale 30

-
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
 - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
 - Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Sia $f(x, y) = x^3 + 7 - e^{-y^2} - 12x$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia (x_0, y_0) l'unico punto di **minimo** relativo della funzione f . Allora $x_0 + y_0 + f(x_0, y_0)$ vale -8

8. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0\}$. Sia C la curva-bordo di D , percorsa tutta una sola volta in **senso antiorario**. Sia $\vec{F}(x, y) = -2xy\vec{i} + x^4y\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Sia $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $\frac{3I}{2}$ vale 14

(N.B. Si consiglia di usare il teorema di Green (o di Stokes) in \mathbf{R}^2 .)

9. Si consideri, nel piano xy , il triangolo T , di vertici i punti $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 1)$.

Sia C la curva-bordo di T . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico punto $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = x^4y\vec{i} - 3x^2y\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $12I$ vale -6

(N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in \mathbf{R}^2 .)

10. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = t^4\vec{i} - 4t^3\vec{j}$, $0 \leq t \leq 1$.

Sia $\vec{F}(x, y) = y\vec{i} - 2x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $7J$ vale

8

11. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (4x^3 \cos(5y^3) + \alpha e^{-5x})\vec{i} + (e^{-5y} + (\alpha - 5)x^4y^2 \sin(5y^3))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Qual'è l'unico $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui il campo $\vec{F}(x, y)$ è conservativo (cioè ammette potenziale) in tutto \mathbf{R}^2 ? -10

12. Sia S la superficie **totale** dell'emisfero $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1; y \geq 0\}$.

Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale **esterno** a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = (x^2y^2 + 6z)\vec{i} + (e^{-z} - 6y)\vec{j} + 6z^2\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.

Sia $J = \iiint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora $\frac{6J}{\pi}$ vale -24

(N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in \mathbf{R}^3 .)

-
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
 - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
 - Tempo a disposizione: 2 ore .