

7. Sia  $S$  la superficie totale del solido  $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4; z \geq 0\}$ .  
 Sia  $\vec{n}(x, y, z)$  il versore normale **esterno** a  $S$  nel generico punto  $(x, y, z) \in S$ .  
 Sia  $\vec{F}(x, y, z) = (5x^2y + \cos(5z))\vec{i} + (5z - y)\vec{j} + (z \sin(5y) + 5z)\vec{k}$ ,  $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ .  
 Sia  $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$ . Allora  $\frac{3J}{7\pi}$  vale 8
8. Si consideri, per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ , il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y) = (\alpha x^4 y^2 \cos(4x^5) + \sin^2(4x))\vec{i} + (\alpha e^{4y} - 2y \sin(4x^5))\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Qual' è l'unico  $\alpha \in \mathbf{R}$  per cui il campo  $\vec{F}(x, y)$  è conservativo (cioè ammette potenziale) in tutto  $\mathbf{R}^2$ ? -20
9. Si consideri, nel piano  $xy$ , la curva  $C$  data da  $\vec{r}(t) = e^{-3t}\vec{i} + t\vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ .  
 Sia  $\vec{F}(x, y) = e^{3y}\vec{i} + \ln x\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$  con  $x > 0$ . Si consideri l'integrale curvilineo  $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $2J$  vale -9
10. Sia  $f(x, y) = \ln(e^6 + x^2) + 6 + 4y^2 - 2y^4$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Sia  $(x_0, y_0)$  l'unico punto di **minimo** relativo della funzione  $f$ . Allora  $f(x_0, y_0)$  vale 12
11. Si consideri, nel piano  $xy$ , il poligono  $Q$  di vertici, nell'ordine, i punti  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(-1, -1)$ ,  $(0, -2)$ ,  $(1, -1)$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $Q$ , percorsa tutta una sola volta **in senso antiorario**. Sia  $\vec{F}(x, y) = y(8x^2 + 1)\vec{i} + x^4 \arctan(8y)\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ .  
 Sia  $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $I$  vale -12
12. Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0\}$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $D$ .  
 Sia  $\vec{n}(x, y)$  il versore normale **esterno** a  $C$  nel generico punto  $(x, y) \in C$ .  
 Sia  $\vec{F}(x, y) = (x \sin(7y) + 7xy^2)\vec{i} + 7x^2y\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ .  
 Sia  $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$ . Allora  $\frac{I}{\pi}$  vale 28

- 
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
  - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
  - **Tempo a disposizione: 2 ore .**

1. Sia  $I$  l'intervallo costituito da **tutti e soli** gli  $x \in \mathbf{R}$  per cui **converge** la serie

di potenze reali  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n 6^{-2n} n^{-2} (x+2)^{2n+1}$ . Allora  $\sup I - 3 \inf I$  vale

28

2. Sia  $f(x, y) = y^4 \sin(7x) + 7y^3$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ . Sia  $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0, 1)$  la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(x_0, y_0) = (0, 1)$  secondo il versore  $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{5}}(-\vec{i} + 2\vec{j})$ .

Allora  $\sqrt{5} \frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(0, 1)$  vale

35

3. Sia  $f(x, y) = x^6 \sin(7 \arctan y) + 7x^3 y$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$ .

Allora  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(-1, 0)$  vale

-21

4. Sia  $g(x) = 5x^6 \ln(1+x^2) - \frac{1}{5} \cos(5x^3)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Sia  $P_{11}(x)$  il polinomio di Mac Laurin di ordine 11 della funzione  $g$ . Allora  $P'_{11}(-1)$  vale

-30

5. Sia  $s$  la somma della serie convergente  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+3} 16 (2\pi)^{2n-1}}{(2n+1)!}$ .

Allora  $\pi s$  vale

8

6. Sia  $A$  l'insieme costituito da **tutti e soli** gli  $x \in \mathbf{R}$  per cui **diverge**

la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^4}{n^{x^2-11} + 11}$ . Allora  $\inf A - \sup A$  vale

-8

- 
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
  - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
  - **Tempo a disposizione: 2 ore .**