

1. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbf{R}$ per cui converge la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+1) 8^n (x-6)^{3n+1}$. Allora $\sup I + 3 \inf I$ vale

23

2. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = y^3 \sin(8x - 8) + 8x^2 y$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 8)$ di S .

Allora $g(3, 0)$ vale

48

3. Sia $f(x, y) = x^3 e^{y^2 - 7y} + 7x \cos(\frac{\pi}{2} - y)$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(-1, 0)$ vale

-14

4. Sia $g(x) = \frac{1}{5} e^{-5x^5} - 5x^5 \arctan(x^3)$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $P_{10}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 10 della funzione g . Allora $P'_{10}(1)$ vale

-20

5. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{9(-1)^{n+1} \pi^{2n}}{(2n+1)! 4^{2n}}$.

Allora $\sqrt{2} \pi s$ vale

-36

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} 3^{n-1}}{(10)^n}$.

Allora $\frac{1}{s}$ vale

13

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Si consideri, nel piano xy , il poligono chiuso Q di vertici (nell'ordine) i punti $(3, 1)$, $(1, 3)$, $(-3, 0)$, $(1, -3)$ e $(3, -1)$. Sia $f(x, y) = 1 - 7x - 7y$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Sia M il **valore** massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q ;
sia m il **valore** minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q .

Allora $2m + M$ vale

- 32

8. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt[3]{4} \leq x^2 + y^2 \leq 4; x \geq 0\}$. Sia C la curva-bordo di D , percorsa tutta una volta in **senso antiorario**. Sia $\vec{F}(x, y) = \sin(8x)\vec{i} +$

$+(x^3 \arctan(8y) - 8x|y|)\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora I vale

- 32

9. Si consideri, nel piano xy , il poligono T di vertici, nell'ordine, i punti $(0, 0)$, $(1, -1)$, $(1, 0)$, $(0, 2)$, $(-1, 0)$, $(-1, -1)$. Sia C la curva-bordo di D . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = (y^2 \cos(3x) + e^{-3y})\vec{i} + 3x^2 y \vec{j}$,

$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $6J$ vale

15

10. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = \cos t \vec{i} + 4 \sin t \vec{j}$, $\pi \leq t \leq 3\pi$.

Sia $\vec{F}(x, y) = -2y\vec{i} + 2x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora $\frac{I}{\pi}$ vale

16

11. Si consideri, nel piano xy , la curva C di equazione $y = \frac{x^3}{3}$, $0 \leq x \leq 1$.

Sia $J = \int_C \frac{5(x + 3y)}{\sqrt{1 + x^4}} ds$. Allora $4J$ vale

15

12. Si consideri il prisma $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (y, z) \in T; |x| \leq 2\}$, dove T è il triangolo del piano $x = 0$ che ha come vertici i punti $(0, 1, 0)$, $(0, -1, 0)$ e $(0, 0, 6)$. Sia S la superficie-bordo di V . Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale **esterno** a S nel generico $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = (ye^{6z} + 6x)\vec{i} + (y^3 \sin(6x) + 2y)\vec{j} + (y^3 e^{6z} - 6z)\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora J vale

48

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**