

1. Sia  $f(x, y) = x^4 - y^2 + 6 - 2x^2 + 4y$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $(x_0, y_0)$  l'unico punto di **massimo** relativo della funzione  $f$ . Allora  $f(x_0, y_0)$  vale 10

2. Sia  $D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4; y \geq 0 \}$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $D$ . Sia  $\vec{n}(x, y)$  il versore normale **esterno** a  $C$  nel generico punto  $(x, y) \in C$ .

Sia  $\vec{F}(x, y) = (\cos x + 7xy)\vec{i} + 7x^3y\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

Sia  $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$ . Allora  $\frac{3I}{7}$  vale 14

(N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in  $\mathbb{R}^2$ .)

3. Si consideri, nel piano  $xy$ ; il triangolo  $T$  di vertici i punti  $(0, 0)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(1, -2)$ .

Sia  $I = \iint_T (\sin(5y) + 5x) dx dy$ . Allora  $3I$  vale 20

4. Si consideri, nel piano  $xy$ , il poligono  $T$  di vertici, nell'ordine,  $(0, 1)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(1, -1)$ ,  $(0, -1)$ . Sia  $C$  la curva-bordo di  $T$ , percorsa tutta **una volta in senso antiorario**. Sia:

$\vec{F}(x, y) = 3y\vec{i} + x^3y^3\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $J$  vale -12

(N.B. Si consiglia di usare il teorema di Green (o di Stokes) in  $\mathbb{R}^2$ .)

5. Sia  $f(x, y) = y - x$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $Q = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1; -4 \leq x \leq 4; |x| - 4 \leq y \leq 4 \}$ . Sia  $M$  il **valore** massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione  $f$  a  $Q$ ; sia  $m$  il **valore** minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione  $f$  a  $Q$ .

Allora  $M - 3m$  vale 20

6. Si consideri, nello spazio  $xyz$ , la piramide  $V$ , di vertici i punti  $(0, 0, 2)$ ,  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(-1, 0, 0)$ ,  $(0, -1, 0)$ . Sia  $S$  la superficie **totale** di  $V$ .

Sia  $\vec{n}(x, y, z)$  il versore normale **esterno** a  $S$  nel generico punto  $(x, y, z) \in S$ .

Sia  $\vec{F}(x, y, z) = (2x^2 - z^3)\vec{i} + (y^4 + 2\cos x)\vec{j} + (2e^y - 12z)\vec{k}$ ,  $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .

Sia  $J = \iiint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$ . Allora  $J$  vale -16

(N.B. Si consiglia di usare il teorema della divergenza in  $\mathbb{R}^3$ .)

7. Sia  $C$  la curva data da  $\vec{r}(t) = 8t^2\vec{i} + (1 - t^3)\vec{j}$ ,  $0 \leq t \leq 1$ . Sia  $\vec{F}(x, y) = y\vec{i} - 8^{-1}x\vec{j}$ ,

$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Sia  $J = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ . Allora  $5J$  vale 27

8. Si consideri,  $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ , il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y) = (\alpha + 9)(xe^{-9x^2}\sin(y^2) + \cos(9x^2))\vec{i} + (2ye^{-9x^2}\cos(y^2) + \alpha\sin(9y^2))\vec{j}$ ,  $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ . Qual'è l'unico  $\alpha \in \mathbb{R}$  per cui

$\vec{F}(x, y)$  è conservativo in tutto  $\mathbb{R}^2$ ? -27

- Per ognuna delle 8 domande: 1 punto, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Il punteggio totale ottenuto nella presente prova sarà sommato al punteggio totale conseguito nella prima prova in itinere.
- Se il punteggio complessivo (I prova + II prova) moltiplicato per 1,5 e, nel caso in cui il risultato non sia intero, arrotondato all'intero immediatamente superiore, è maggiore o uguale di 17 punti, lo studente è ammesso alla prova orale; altrimenti, dovrà ripresentarsi ad uno degli appelli d'esame successivi.
- Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.