ANALISI B Prova del 7-05-2008	Cognome e Nome Firma

1. Sia $f(x,y) = 9\,xy^5 + y^2 e^{\arctan(9x)}$, $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Allora $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,-1)$ vale $\boxed{27}$

2. Sia I l'insieme costituito da **tutti e soli** gli $x \in \mathbf{R}$ per cui **convergono entrambe** le serie di potenze reali : $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} n (11)^{-n} (x-11)^{n+1}$; $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-13)^{n-1}}{n^2 (12)^{n+1}}$.

Allora $\inf I - 2 \sup I$ vale $\boxed{-43}$

3. Sia s la somma della serie convergente $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7(-1)^{n-1}\,\pi^{2n+1}}{(2n)!\,3^{2n-1}}$

Allora $\dfrac{4\,s}{\pi}$ vale $\boxed{42}$

4. Sia $z = g(x,y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = x^2 \sin(5y+5) + (y^2+5)\,e^{1-x}$ nel punto $(x_0\,,\,y_0\,,\,z_0) = (1\,,\,-1\,,\,6)$ di S .

Allora $g(2\,,\,-2)$ vale $\boxed{-3}$

5. Sia $g(x) = x^3 \arctan(8\,x^5) - 8\,x^6 \sin(x^2)$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $P_{12}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 12 della funzione g . Allora $P'_{12}(-1)$ vale $\boxed{-16}$

6. Sia A l'insieme costituito da **tutti e soli** gli $x \in \mathbf{R}$ per cui **converge** la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2}{n^{(x+6)(1-x)+3} + 6}$. Allora $6 \sup A - \inf A$ vale $\boxed{12}$

7. Sia $f(x,y) = x\,e^{2(y-1)} - 2\,x^3 y^2$, $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $\vec{\mathbf{u}}$ il versore associato alla retta r di equazione $3\,y + 4\,x = 0$, **orientata** nel senso delle x **crescenti.**

Allora $5\,\dfrac{\partial f}{\partial \vec{\mathbf{u}}}(1,1)$ vale $\boxed{-7}$

8. Sia s la somma della serie convergente $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+14}\,\pi^n}{(14)^{n-1}}$

Allora $\dfrac{(14+\pi)s}{2\pi}$ vale $\boxed{-7}$

- La prova si ritiene **superata (e lo studente è ammesso a sostenere la seconda prova in itinere)**, se si risponde esattamente ad **almeno 4 domande**.
- Per ognuna delle 8 domande : 1 punto, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Se la presente prova è superata, il punteggio totale così ottenuto sarà sommato al punteggio totale che verrà conseguito nella seconda prova in itinere (e concorrerà alla determinazione del voto finale).
- **Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.**

A N A L I S I B Prova del 25-06-2008	Cognome e Nome Firma

1. Sia $V = \{ (x,y,z) \in \mathbf{R}^3 : |x| \le 1;\ 0 \le y \le 1;\ 0 \le z \le 2 \}$. Sia S la superficie-bordo di V.
Sia $\vec{\mathbf{n}}(x,y,z)$ il versore normale **esterno** a S nel generico punto $(x,y,z) \in S$.
Sia $\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = -9xyz\,\vec{\mathbf{i}} + (y\sin(9x) + 9z)\,\vec{\mathbf{j}} + (x^2y^2 - 9z)\,\vec{\mathbf{k}}, \forall (x,y,z) \in \mathbf{R}^3$.
Sia $J = \iint_S \vec{\mathbf{F}}(x,y,z) \cdot \vec{\mathbf{n}}(x,y,z)\,dS$. Allora J vale $\boxed{-54}$

2. Sia $Q = \{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 : (x,y) \in T;\ 4x^2 + y^2 \ge 4 \}$, dove T è il poligono chiuso di vertici (nello ordine) i punti $(3,2)$, $(-3,4)$, $(-1,0)$, $(-3,\ -4)$, $(3,-2)$. Sia $f(x,y) = 3 - \sqrt{x^2+y^2}$, $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Sia M il **valore** massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q ; sia m il **valore** minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q . Allora $2M + m$ vale $\boxed{2}$

3. Sia C la curva del piano xy data da $\vec{\mathbf{r}}(t) = \sin t\,\vec{\mathbf{i}} + 7\cos t\,\vec{\mathbf{j}}, 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$. Sia $\vec{\mathbf{F}}(x,y) = -7x\vec{\mathbf{i}} + y\vec{\mathbf{j}}, \forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Allora $I = \int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$ vale $\boxed{-28}$

4. Sia $f(x,y) = 5 - y^5 - x^3 + 3x^2 + 5y, \forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Sia (x_m, y_m) l'unico punto di **minimo** relativo della funzione f ; sia (x_M, y_M) l'unico punto di **massimo** relativo della funzione f . Allora $3f(x_m, y_m) + f(x_M, y_M)$ vale $\boxed{16}$

5. Sia C la curva del piano xy data da $\vec{\mathbf{r}}(t) = \sin t\,\vec{\mathbf{i}} + \cos t\,\vec{\mathbf{j}}, 0 \le t \le \pi$.
Sia $I = \int_C 8xy^2\,ds$. Allora $6I$ vale $\boxed{32}$

6. Sia $D = \{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 : 1 \le x^2 + y^2 \le 4;\ x \le y \}$. Sia C la curva-bordo di D, percorsa tutta **una** volta **in senso antiorario.** Sia $\vec{\mathbf{F}}(x,y) = (\ln(1+6x^2) - 6xy)\,\vec{\mathbf{i}} + \arctan(6y^2)\,\vec{\mathbf{j}}$, $\forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$. Allora $\frac{3J}{\sqrt{2}}$ vale $\boxed{-42}$

7. Sia $Q = \{ (x,y) \in \mathbf{R}^2 : |y| \le 1;\ -|y| \le x \le 3 - |y| \}$. Sia C la curva-bordo di Q .
Sia $\vec{\mathbf{n}}(x,y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico punto $(x,y) \in C$.
Sia $\vec{\mathbf{F}}(x,y) = (10x + e^{-10y})\,\vec{\mathbf{i}} + x^2\cos(10y)\,\vec{\mathbf{j}}, \forall (x,y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{\mathbf{F}}(x,y) \cdot \vec{\mathbf{n}}(x,y)\,ds$.
Allora J vale $\boxed{60}$

8. Si consideri, nel piano xy , il poligono T di vertici (nell'ordine) i punti $(1,0)$, $(1,1)$, $(0,3)$, $(-1,1)$, $(-1,0)$, $(0,-1)$. Sia $I = \iint_T (x^3\cos(4y) - 4|x|)\,dx\,dy$. Allora I vale $\boxed{-8}$

- Per ognuna delle 8 domande : 1 punto, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Il punteggio totale ottenuto nella presente prova sarà sommato al punteggio totale conseguito nella prima prova in itinere.
- Se il punteggio complessivo (I prova + II prova) moltiplicato per 1,5 e, nel caso in cui il risultato non sia intero, arrotondato all'intero immediatamente superiore, è maggiore o uguale di 17 punti, lo studente è ammesso alla prova orale; altrimenti, dovrà ripresentarsi ad uno degli appelli d'esame successivi.
- **Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.**