

1. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbf{R}$ per cui **converge** la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^{-2} (27)^{-n} (x-6)^{3n}$. Allora $3 \sup I - \inf I$ vale

24

2. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = (x^2 + 8)e^{1-y} + y^2 \sin(8x - 8)$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 9)$ di S .

Allora $g(2, 0)$ vale

28

3. Sia $f(x, y) = y^3 \arctan(-7x) + 7e^{-x} \cos(y - 1 - \frac{\pi}{2})$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 1)$ vale

-28

4. Sia $g(x) = 5x^3 \arctan(x^2) + xe^{-5x^6}$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $P_{12}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 12 della funzione g . Allora $P'_{12}(1)$ vale

-24

5. Quali sono **tutti e soli** gli $x \in \mathbf{R}$ per cui **diverge**

la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n^{4x+16}}}{n+16}$?

$x \geq -4$

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+3^n}{4^n}$.

Allora $s - \frac{1}{3}$ vale

3

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

7. Sia $f(x, y) = 7 + x^7 + 2y^3 + 3y^2 - 7x$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia (x_m, y_m) l'unico punto di **minimo** relativo della funzione f ; sia (x_M, y_M) l'unico punto di **massimo** relativo della funzione f . Allora $f(x_m, y_m) + 2f(x_M, y_M)$ vale

29

8. Si consideri, nel piano xy , il poligono T di vertici, nell'ordine, $(1, 0)$, $(2, 1)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(2, -1)$. Sia C la curva-bordo di Q . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico punto $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = (\cos(8y) - 8xy^2)\vec{i} + x^2 \cos(8y)\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $6I$ vale

-64

9. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 4 \geq x^2 + y^2 \geq 2; 0 \geq y\}$. Sia C la curva-bordo di D , percorsa tutta una volta **in senso antiorario**. Sia $\vec{F}(x, y) = (x^3y^2 - 3x^2y)\vec{i} + (3xy^2 + \sin(3y))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $\frac{J}{\pi}$ vale

9

10. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = t^{-1}\vec{i} + t^2\vec{j}$, $t \in [1, 2]$.

Sia $\vec{F}(x, y) = y\vec{i} - 4x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

Allora I vale

-9

11. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (\cos(5x^3) - (1 + \alpha)x^2y^3 \sin(5x^3))\vec{i} + (2y^2 \cos(5x^3) + \alpha \sin(5y^3))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Qual'è l'unico $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui

$\vec{F}(x, y)$ è **conservativo** in tutto $\mathbf{R}^2$?

9

12. Sia S la superficie **totale** del solido $V = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 1 \geq y^2 + z^2; 2 \geq |x|\}$.

Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale **esterno** a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.

Sia $\vec{F}(x, y, z) = (6xy^3 + \cos(6z))\vec{i} + (y \sin(6z) - 6y)\vec{j} + (xe^{-6y} - 6z)\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.

Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora $\frac{J}{2\pi}$ vale

-24

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

1. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbb{R}$ per cui converge la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} 4^{1-n} (n+2)^{-1} (x-6)^{4n+1}$. Allora $(\sup I) \cdot (\inf I)$ vale

34

2. Sia $f(x, y) = ye^{-8(x-1)} + 8x^2y^3$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Sia $\frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 1)$ la derivata direzionale di f nel punto $(x_0, y_0) = (1, 1)$ secondo il versore $\vec{u} = \frac{1}{\sqrt{5}}(\vec{i} - 2\vec{j})$.

Allora $\sqrt{5} \frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(1, 1)$ vale

-42

3. Sia $f(x, y) = 7x^5y + x^3e^{\sin(7y)}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(-1, 2\pi)$ vale

56

4. Sia $g(x) = \frac{1}{5} \cos(5x^5) + x^4e^{5x^7}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Sia $P_{12}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 12 della funzione g . Allora $P'_{12}(1)$ vale

34

5. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} 4\pi^{2n-1} (2n+2)}{(2n+2)! 6^{2n}}$.

Allora $\pi^2 s$ vale

-12

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{2n+1} 3^{n+1}}{(3+e)^n}$.

Allora es vale

-9

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Sia $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3 \geq |x|; 3 - |x| \geq y \geq |x| - 3; (x, y) \notin T\}$, dove $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1; |y| < 1\}$. Sia $f(x, y) = 7 + \sqrt{x^2 + y^2}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.
Sia M il **valore** massimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q ;
sia m il **valore** minimo assoluto assunto dalla restrizione della funzione f a Q .
Allora $2m + M$ vale 26
8. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \geq x^2 + y^2 \geq 1; x \geq |y|\}$. Sia C la curva-bordo di D .
Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico punto $(x, y) \in C$.
Sia $\vec{F}(x, y) = (x^3 \sin(8y) + 8y^4) \vec{i} + 8xy \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.
Sia $J = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora $\frac{3J}{\sqrt{2}}$ vale 56
9. Si consideri, nel piano xy , il poligono T di vertici, nell'ordine, i punti $(0, 0)$, $(1, -2)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$, $(-1, 1)$, $(-1, -2)$. Sia C la curva-bordo di T , percorsa tutta una sola volta **in senso antiorario**. Sia $\vec{F}(x, y) = 3y|x| \vec{i} + (x^4 \cos(3y) + 3y^2) \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$.
Sia $I = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $3I$ vale -24
10. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = t \vec{i} + t^4 \vec{j}$, $t \in [0, 1]$.
Sia $\vec{F}(x, y) = 4y \vec{i} + x \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Si consideri l'integrale curvilineo $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$.
Allora $5I$ vale 8
11. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (\arctan(5x) + \alpha x^3 y^2 e^{-5x^4}) \vec{i} + (\alpha \cos(5y) + 2y e^{-5x^4}) \vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$. Qual'è l'unico $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui il campo vettoriale $\vec{F}(x, y)$ è conservativo in tutto $\mathbb{R}^2$? -20
12. Sia S la superficie **totale** del solido $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \geq x^2 + y^2; 1 \geq z \geq -\sqrt{1 - x^2 - y^2}\}$.
Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale **esterno** a S nel generico punto $(x, y, z) \in S$.
Sia $\vec{F}(x, y, z) = (6x - y \cos(6z)) \vec{i} + (6x^2 y^2 - 6y) \vec{j} + (z \sin(6x) - 6z) \vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
Sia $J = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora $\frac{3J}{\pi}$ vale -30

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**

1. Sia I l'intervallo costituito da tutti e soli gli $x \in \mathbf{R}$ per cui converge la serie

di potenze reali $\sum_{n=1}^{+\infty} (n+2) 6^{1-n} (x+6)^{n+2}$. Allora $\sup I + 2 \inf I$ vale - 24

2. Sia $z = g(x, y)$ l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione $z = y^3 e^{-8x} + 8(x+2)y^2$ nel punto $(x_0, y_0, z_0) = (0, -1, 15)$ di S .

Allora $g(2, 0)$ vale 18

3. Sia $f(x, y) = 7xe^{-\arctan(7y)} - x^2 \sin(7y)$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$.

Allora $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, 0)$ vale - 63

4. Sia $g(x) = 5x^2 \cos(x^3) + x \sin(5x^8)$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia $P_{11}(x)$ il polinomio di Mac Laurin di ordine 11 della funzione g . Allora $P'_{11}(1)$ vale 35

5. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+2} 4 (\ln 4)^n}{n!}$.

Allora $4s$ vale - 12

6. Sia s la somma della serie convergente $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n+1}}{(11)^n}$.

Allora $\frac{16}{s}$ vale 30

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Sia $f(x, y) = 7 + 2x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 3x^2 + y^2$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia (x_m, y_m) l'unico punto di **minimo** relativo della funzione f . Allora $x_m + y_m + 2f(x_m, y_m)$ vale 13
8. Si consideri, nel piano xy , il poligono T di vertici, nell'ordine, i punti $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$, $(-1, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$. Sia C la curva-bordo di T . Sia $\vec{n}(x, y)$ il versore normale **esterno** a C nel generico $(x, y) \in C$. Sia $\vec{F}(x, y) = (\cos(8y) - 8x^3)\vec{i} + x^5 \sin(8y)\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $I = \oint_C \vec{F}(x, y) \cdot \vec{n}(x, y) ds$. Allora I vale - 24
9. Sia $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 9 \geq x^2 + y^2; x \geq 0\}$. Sia C la curva-bordo di D , percorsa tutta una volta in **senso antiorario**. Sia $\vec{F}(x, y) = x^4 \cos(2y)\vec{i} + (e^{-2y} + \frac{2}{3}x|y|)\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Sia $J = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora J vale 12
10. Si consideri, nel piano xy , la curva C data da $\vec{r}(t) = 4 \sin t \vec{i} - 4 \cos t \vec{j}$, $t \in [0, \pi]$. Sia $\vec{F}(x, y) = y\vec{i} - x\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Si consideri l'integrale di linea $I = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$. Allora $\frac{I}{\pi}$ vale - 16
11. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbf{R}$, il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = (\alpha e^{-5x^2} + x^3 \sin(5y^2))\vec{i} + (\sin(5y^2) + \frac{\alpha}{4}x^4 y \cos(5y^2))\vec{j}$, $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$. Qual'è l'unico $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui $\vec{F}(x, y)$ è **conservativo** in tutto $\mathbf{R}^2$? 10
12. Si consideri, nello spazio xyz , la piramide V avente: come base (nel piano xy) il quadrato di vertici, nell'ordine, i punti $(2, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$, $(-2, 0, 0)$, $(0, -2, 0)$; come ulteriore vertice (sull'asse z) il punto $(0, 0, 6)$. Sia S la superficie **totale** di V . Sia $\vec{n}(x, y, z)$ il versore normale **esterno** a S , nel generico punto $(x, y, z) \in S$. Sia $\vec{F}(x, y, z) = (6 \cos x - x)\vec{i} + (6x^5 y - y)\vec{j} + (6zy^3 - z)\vec{k}$, $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$. Sia $J = \iiint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n}(x, y, z) dS$. Allora J vale - 48

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore .**