

Superfici

Esercizio 1

Calcolare il versore normale sulla superficie del paraboloide iperbolico $z = xy$.

Esercizio 2

Scrivere una parametrizzazione del *toro* ottenuto facendo ruotare la curva

$$\begin{cases} y(t) = R + r \cos t \\ z(t) = r \sin t \end{cases}$$

con $t \in [0, 2\pi]$, $R > r > 0$ intorno all'asse z e verificare che la superficie è regolare in ogni punto.

Esercizio 3

Scrivere le equazioni parametriche della superficie ottenuta facendo ruotare attorno all'asse z la curva $y = e^{-|z|}$, $z \in \mathbb{R}$ posta nel piano yz . Determinare gli eventuali punti singolari e convincersi del risultato trovato attraverso un disegno della superficie.

Esercizio 4

Scrivere l'equazione del piano tangente alla superficie grafico della funzione $f(x, y) = x^2y^3$ nel punto $(1, -1, -1)$.

Esercizio 5

Scrivere una parametrizzazione della superficie laterale di un cilindro di raggio r e altezza h .

Esercizio 6

Nel piano yz si consideri l'arco di curva $\gamma(t) = t(t+1)\hat{j} + \sin(\pi t)\hat{k}$, $t \in [0, 1]$. Scrivere le equazioni parametriche della superficie generata dalla rotazione della curva attorno all'asse z e dire se tale superficie è regolare.