ANALISI MATEMATICA 2 Modello 30/06/2011	COGNOME e Nome	firma

1. [**4 pt**] Si consideri la funzione $f(x,y) = y + bx$. Determinare il massimo e il minimo assoluti di f in $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq a^2, y \geq -x + a\}$ e i punti di massimo e minimo assoluti in E.

2. [**5 pt**] Si consideri la curva $\gamma(t) = (at\cos t, at\sin t, bt)$, $t \in [0, 2\pi]$.

- Stabilire se γ è regolare, motivando la risposta
- Determinare l'equazione cartesiana della retta tangente nel punto $P(-a\pi, 0, b\pi)$
- Calcolare $\int_\gamma \sqrt{x^2 + y^2}\, ds$, indicando i passaggi salienti.

3. [**5 pt**] Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F} = \left(xz^2, xy, 3z + e^{xy}\right)$ uscente dalla frontiera di $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x^2 + y^2 \leq a^2\}$, indicando i passaggi salienti.

4. [**3 pt**] Sia $\mathbf{F}(x,y,z) = \left(xz^k, x + y + cz\right)$ e sia $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 tale che $\nabla g(1, c) = (a, b)$. Determinare, motivando la risposta, $\nabla h(1, -1, 1)$, dove h è la funzione composta $g \circ \mathbf{F}$.

5. **[5 pt]** Si consideri la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{a^n}{\log n}\left(\frac{x+b}{x}\right)^n$. Stabilire per quali $x \neq 0$ la serie è convergente, motivando la risposta.

6. **[5 pt]** Calcolare il flusso del rotore del campo vettoriale $\mathbf{F} = (y, 0, x)$ attraverso la porzione di paraboloide $z = 1 - ax^2 - by^2$, $0 \leq z \leq k$ orientata con versore normale $\hat{n}$ tale che $\hat{n} \cdot \hat{k} > 0$, indicando i passaggi salienti.

Domanda di teoria **[3 pt]** Un sottoinsieme A di $\mathbb{R}^n$ si dice aperto se

Una serie numerica $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} a_k$ si dice convergente se

Data una funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^2, si definisce polinomio di Taylor di f di ordine 2 e centro (x_0, y_0)

Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ si dice analitica in x_0 se