

1. [5 pt] Determinare e classificare i punti stazionari di  $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2y^2 - 2y^2 + \frac{1}{3}x^3$ . Motivare le risposte.

2. [5 pt] Determinare il raggio e l'insieme di convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n^2+3} x^n$ , motivando le risposte.

3. [6 pt] Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y - 3y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- stabilire se è continua in  $(0, 0)$ ;
- stabilire se esiste  $\nabla f(0, 0)$  e calcolarlo, in caso affermativo;
- stabilire se è differenziabile in  $(0, 0)$ .

Giustificare tutte le risposte.

4. [5 pt] Sia data la curva in forma parametrica  $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, e^{2t})$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . Stabilire se  $\gamma$  è regolare e chiusa.

Calcolare  $\int_{\gamma} z^2 ds$  indicando i passaggi rilevanti.

Calcolare  $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ , dove  $\mathbf{F} = zx\hat{i} + zy\hat{j} + y\hat{k}$  indicando i passaggi rilevanti.

5. [5 pt] Calcolare il flusso di  $\mathbf{F} = x\hat{i} + z^2\hat{j} + y^2z\hat{k}$  attraverso la superficie  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $1 < x^2 + y^2 < 4$ , orientata con normale rivolta verso il basso. Indicare i passaggi principali.

6. [4 pt] Calcolare l'integrale doppio  $\iint_D \frac{|x^3y|}{x^2 + y^2} dx dy$ , dove  $D$  è la corona circolare di centro l'origine e raggi 1, 3. Indicare i passaggi principali.