

1. [5 pt] Determinare e classificare i punti stazionari di $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2y^2 - 2y^2 + \frac{1}{3}x^3$. Motivare le risposte.

2. [5 pt] Determinare il raggio e l'insieme di convergenza della serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n^2+3} x^n$, motivando le risposte.

3. [6 pt] Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y - 3y^3}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- stabilire se è continua in $(0, 0)$;
- stabilire se esiste $\nabla f(0, 0)$ e calcolarlo, in caso affermativo;
- stabilire se è differenziabile in $(0, 0)$.

Giustificare tutte le risposte.

4. [5 pt] Sia data la curva in forma parametrica $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, e^{2t})$, $t \in [0, 2\pi]$. Stabilire se γ è regolare e chiusa.

Calcolare $\int_{\gamma} z^2 ds$ indicando i passaggi rilevanti.

Calcolare $\int_{\gamma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, dove $\mathbf{F} = zx\hat{i} + zy\hat{j} + y\hat{k}$ indicando i passaggi rilevanti.

5. [5 pt] Calcolare il flusso di $\mathbf{F} = x\hat{i} + z^2\hat{j} + y^2z\hat{k}$ attraverso la superficie $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $1 < x^2 + y^2 < 4$, orientata con normale rivolta verso il basso. Indicare i passaggi principali.

6. [4 pt] Calcolare l'integrale doppio $\iint_D \frac{|x^3y|}{x^2 + y^2} dx dy$, dove D è la corona circolare di centro l'origine e raggi 1, 3. Indicare i passaggi principali.