

ANALISI MATEMATICA 2

Versione A
07/02/2014

COGNOME e Nome

firma

1. [5 pt] Calcolare $\int_{\Sigma} \sqrt{x^2 + y^2} dA$, dove Σ è la superficie cartesiana $z = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2)$, $(x, y) \in D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{3} \leq x^2 + y^2 \leq 1\}$, indicando i passaggi principali.

2. [5 pt] Determinare e classificare i punti critici della funzione $f(x, y, z) = x^4 + x^2(z^2 - 2z - 1) + y^2 + (z - 1)^2$.

3. [4 pt] Siano $G : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}$ e $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ definite rispettivamente da $G(u, v, w, t) = e^{u+v} \cos(u^3 + v^2 + t)$, $F(x, y, z) = (x + y, y - z, x + y^2 + z^2, xyz)$. Sia $H = G \circ F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$. Calcolare, indicando la formula usata

$$\nabla H(1, 0, 1) =$$

4. [4 pt] Determinare l'insieme di convergenza della serie di potenze $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{k^2 + 1}$.

$$I =$$

Stabilire se la serie $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{e^k}{k^2 + 1}$ è convergente o divergente, motivando la risposta.

5. [5 pt] Calcolare $\iiint_E \frac{z \cos \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$, dove $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq \pi^2, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{3x^2 + 3y^2}, x \geq 0\}$, indicando i passaggi principali:

6. [5 pt] Sia $\gamma(t) = (2 \cos t, \sqrt{2} \sin t, \sqrt{2} \sin t)$, $t \in [0, \pi]$. Determinare la lunghezza di γ e le coordinate del baricentro (assumendo distribuzione di massa uniforme). Scrivere le formule usate.

$\ell =$

$G =$

7. [2 pt] Scrivere l'enunciato del Teorema della divergenza in \mathbb{R}^2 .