

1. [5 pt] Determinare massimo, minimo assoluti e punti di massimo e minimo assoluti della funzione $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}$ vincolati all'insieme $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + 4y^2 = 4\}$.

2. [5 pt] Determinare il raggio e l'insieme di convergenza della serie $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{\frac{n+1}{2n+3}} x^n$, motivando le risposte.

3. [5 pt] Dato il campo vettoriale $\mathbf{F} = (z^2 - y)\mathbf{i} + x(1 + \sin z)\mathbf{j} + (x^3 + y^2)\mathbf{k}$, calcolare

$\nabla \times \mathbf{F} =$

il flusso di $\nabla \times \mathbf{F}$ attraverso la superficie $z = 1 - \left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8}\right)$, $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{8} \leq 1$, orientata con normale rivolta verso l'alto, indicando i passaggi principali.

4. [5 pt] Sia data la superficie in forma parametrica $\sigma(t, \theta) = (e^t \cos \theta, e^t \sin \theta, \theta)$, $t \in [0, 2]$, $\theta \in [0, 3\pi]$. Determinare

il versore normale $\hat{n} =$

l'elemento d'area $dA =$

il flusso del campo $\mathbf{F} = y\hat{i} - x\hat{j} + (\sin z)\hat{k}$ attraverso Σ , indicando i passaggi rilevanti.

5. [5 pt] Sia V la piramide avente per base il quadrato Q contenuto nel piano xy , centrato in O , di lato 2 e vertice nel punto $(0, 0, 5)$. Calcolare il baricentro di V con distribuzione di massa $\mu(x, y, z) = z$. Indicare i passaggi principali.

6. [5 pt] Determinare l'unica funzione $f \in C^1(\mathbb{R})$ con $f(0) = -1$ tale che il campo $\mathbf{F} = (2xy + f(y), x^2 + x \arctan y)$ sia conservativo in \mathbb{R}^2 . Indicare i passaggi principali.

Con f così trovata, calcolare il lavoro del campo lungo $\gamma(t) = (|t| \cos(4\pi + t), t^3 \sin(6\pi + t))$, $t \in [-1, 1]$, motivando la risposta.