

## Funzioni vettoriali di più variabili

**Esercizio 1** Sia  $\vec{g} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  definita da  $\vec{g}(t) = (2t, t^2, -t^3)$  e sia  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x, y, z) = e^x y + z^2$ . Calcolare la derivata prima di  $h(t) = f(\vec{g}(t))$ .

**Esercizio 2** Siano  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\vec{g} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definite da

$$f(x, y) = 2x^2 + 3y^2,$$
$$\vec{g}(u, v) = (uv, u \sin v).$$

Calcolare le derivate parziali prime di  $h(u, v) = f(\vec{g}(u, v))$ .

**Esercizio 3** Siano  $\vec{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,  $\vec{g} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definite da

$$\vec{f}(x, y) = ye^{x^2} \hat{i} + \sin(x + y) \hat{j} + \cos(xy) \hat{k}$$
$$\vec{g}(u, v, w) = wu^2 \hat{i} + (4u^2 + e^v) \hat{j} + (w^3 - u) \hat{k}.$$

- Scrivere le matrici iacobiane di  $\vec{f}$  e  $\vec{g}$ .
- Scrivere l'espressione esplicita di  $\vec{h}(x, y) = \vec{g}(\vec{f}(x, y))$ .
- Calcolare la matrice iacobiana di  $\vec{h}$  in  $(0, \pi)$ .

**Esercizio 4** Siano  $\vec{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\vec{g} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definite da

$$\vec{f}(x, y) = (e^{x+2y}, y)$$
$$\vec{g}(u, v, w) = (u + 2v^2 + 3w^3, 2v - u^2).$$

- Scrivere le matrici iacobiane di  $\vec{f}$  e  $\vec{g}$ .
- Scrivere l'espressione esplicita di  $\vec{h}(u, v, w) = \vec{f}(\vec{g}(u, v, w))$ .
- Calcolare la matrice iacobiana di  $\vec{h}$  in  $(1, -1, 1)$ .