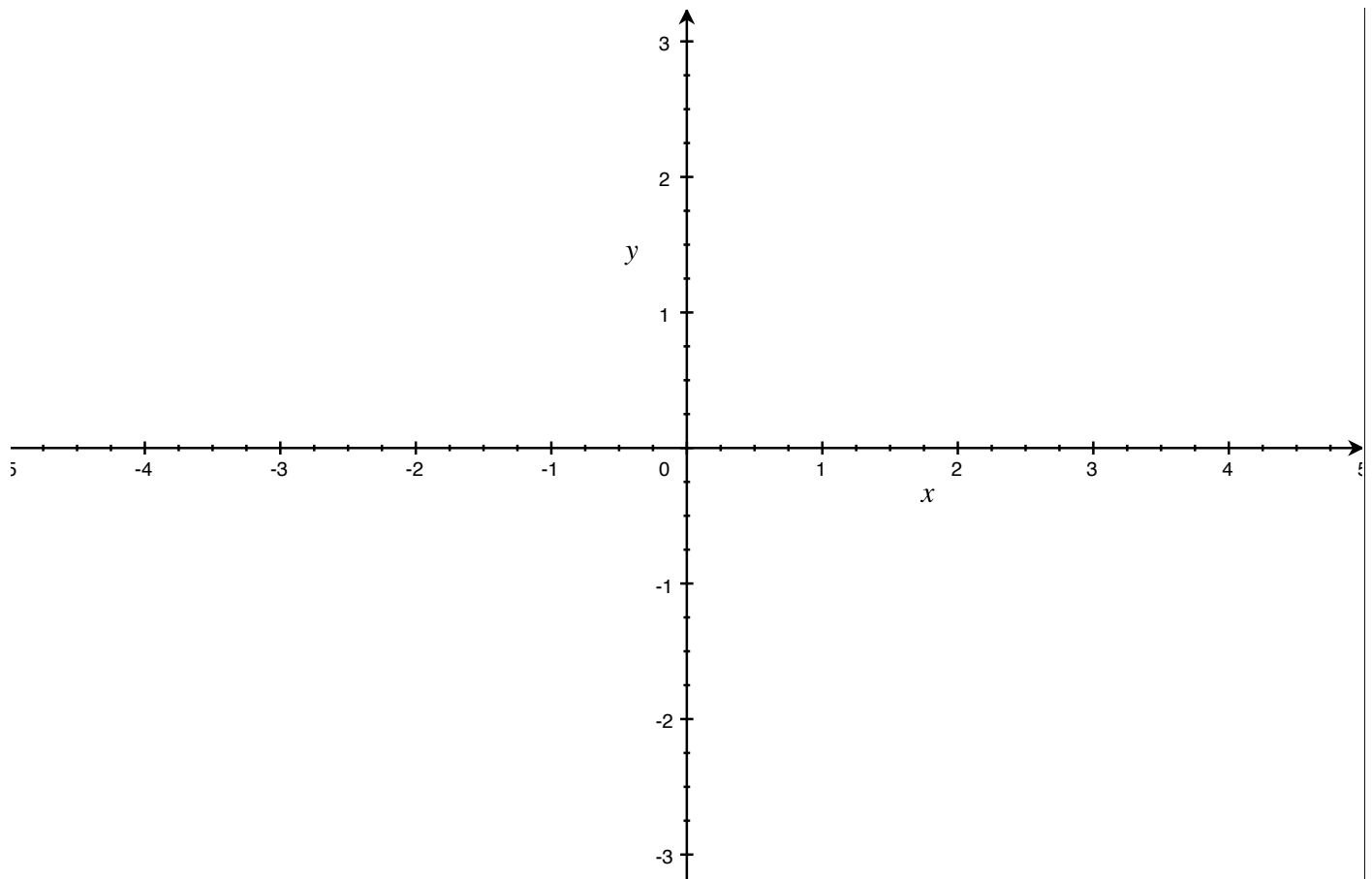


Per tutti gli esercizi indicare, nei riquadri corrispondenti, i passaggi essenziali della risoluzione.

1. [8 pt] Sia  $f(x) = e^x(|x^2 - 2x| - 1)$ . Determinare: a) dominio, limiti agli estremi del dominio e eventuali asintoti; b) intervalli di monotonia, eventuali punti di non derivabilità e loro natura; c) eventuali estremi; d) grafico qualitativo di  $f$ .



2. [5 pt] Trovare l'integrale generale dell'equazione differenziale  $y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{1}{x}$ .

Trovare la soluzione del Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{1}{x} \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

3. [4 pt] Scrivere il polinomio di MacLaurin di secondo grado della funzione  $2 \sin x - \log(1 + 2x)$ .

Calcolare, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( 2 \sin \frac{1}{n} - \log \left( 1 + \frac{2}{n} \right) \right) n^\alpha$ .

4. [4 pt] Studiare la convergenza della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{-n}}{n^\alpha}$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Calcolare la somma della serie per  $\alpha = 0$ .

5. [4 pt] Calcolare l'integrale indefinito  $\int \frac{e^{\frac{2}{x}}}{x^3} dx$ . **Suggerimento:** si consiglia il cambio di variabile  $t = \frac{1}{x}$ .

6. [5 pt] Scrivere il numero complesso  $2 + 2\sqrt{3}i$  in forma esponenziale.

Risolvere in  $\mathbb{C}$  l'equazione  $z^5 - \sqrt{3}i = 2 + \sqrt{3}i$ .

Rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss:

