

1. [6 pt] Sia $f(x) = \arctan(x) - \frac{x+1}{x^2+1}$. Tracciare il grafico qualitativo di f :

2. [6 pt] Calcolare i seguenti limiti

$$a) \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! \sin\left(\frac{2}{n}\right) \arctan n}{(n-1)! + 3^n}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x} \sin^2(x-2)}{(x+1)^2 \log^2(x-1)}$$

3. [5 pt] Si consideri la funzione $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$. Dire se f può essere prolungata con continuità in 0 e se il prolungamento risulta derivabile in 0.

Quante volte è derivabile in 0?

4. [4 pt] Studiare la convergenza semplice e assoluta della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^\alpha} \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ con i valori $\alpha = 1$ e $\alpha = 1/2$.

5. [5 pt] Dire se converge e in caso affermativo calcolare l'integrale $\int_0^1 \frac{3x+1}{x+\sqrt{x}} dx$. (Può essere utile il cambio di variabili $t = \sqrt{x}$).

6. [4 pt] Risolvere in \mathbb{C} l'equazione $\left(z^3 - \frac{1+i}{1-i}\right)(z^2 - |z|) = 0$ e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.

