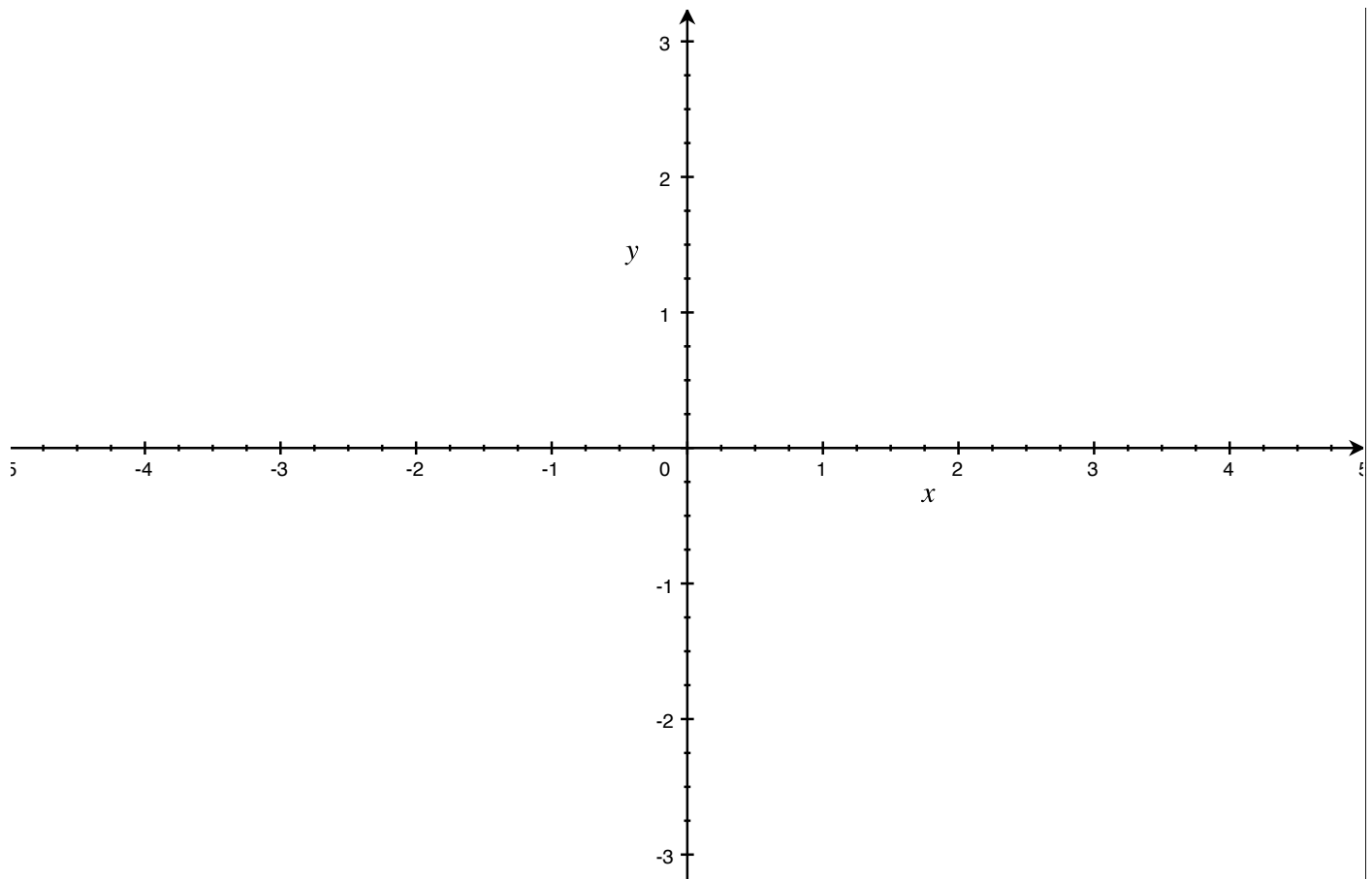


Per tutti gli esercizi indicare, nei riquadri corrispondenti, i passaggi essenziali della risoluzione.

1. [8 pt] Sia  $f(x) = \sqrt[3]{x} \log|x|$ . Determinare: a) dominio, limiti agli estremi del dominio e eventuali asintoti; b) intervalli di monotonia, eventuali punti di non derivabilità e loro natura; c) eventuali estremi; d) grafico qualitativo di  $f$ .



2. [5 pt] Dire se la funzione  $y(x) = \sqrt{4 - e^{-x^2}}$  è soluzione dell'equazione differenziale  $yy' = x(4 - y^2)$ .

Trovare tutte le soluzioni dell'equazione precedente.

3. [4 pt] Studiare  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \log x}{(e^x - e)^2}$ .

4. [4 pt] Studiare la convergenza semplice ed assoluta della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n e^{-n} \arctan(n)$ .

5. [5 pt] Discutere la convergenza dell'integrale  $\int_0^1 x^\alpha \log x \, dx$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  e calcolarlo per  $\alpha = -\frac{1}{2}$ .  
(Sugg: per lo studio della convergenza può essere utile la *definizione* di integrale generalizzato).

6. [4 pt] Scrivere il numero complesso  $z = \frac{\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^5}{(1-i)^6}$  in forma algebrica e in forma esponenziale.