

Per gli esercizi da 2 a 6 scrivere, nei riquadri corrispondenti, i passaggi significativi dello svolgimento.

1. [8 pt] Sia $f(x) = \log(e^x - 1)$. $dom f =$

f è limitata superiormente?

e inferiormente?

f è simmetrica (pari o dispari)?

Determinare i limiti agli estremi del dominio e eventuali asintoti:

$f'(x) =$

Stabilire gli intervalli di monotonia di f :

Dire se f è invertibile e, in caso affermativo, calcolare la sua inversa:

Disegnare il grafico qualitativo di $f(x)$.

2. [4 pt] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x - x^2}{\log(1+x) - \log(1-x) - 2x}.$$

3. [5 pt] Sia

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t^2 + 3} dt.$$

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di F nel punto di ascissa 0.

Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^2}$ (usare il Teorema di De l'Hopital).

4. [4 pt] Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+n}{2n + (\log 3)^{4n}}$.

5. [5 pt] Discutere la convergenza dell'integrale $\int_{-1}^0 \frac{dx}{(1-x)\sqrt{1+x}}$ e, in caso affermativo, calcolarlo (può essere utile porre $t = \sqrt{1+x}$).

6. [4 pt] Risolvere in \mathbb{C} l'equazione $\bar{z}^2 - i\operatorname{Re}(z^2) = iz + (\operatorname{Re} z)^2$ e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.