

1. [5 pt] (a) Determinare il dominio di $f(x) = x\sqrt{|\log(x)|}$.

- (b) Studiare i limiti di $g(x) = \frac{e^x + x}{x^2 - 1}$ agli estremi del dominio e stabilire se esistono asintoti verticali/orizzontali/obliqui.

2. [6 pt] Calcolare la derivata prima di $h(x) = \sqrt{\frac{|x-1|}{x}}$, specificando i domini di h, h' .

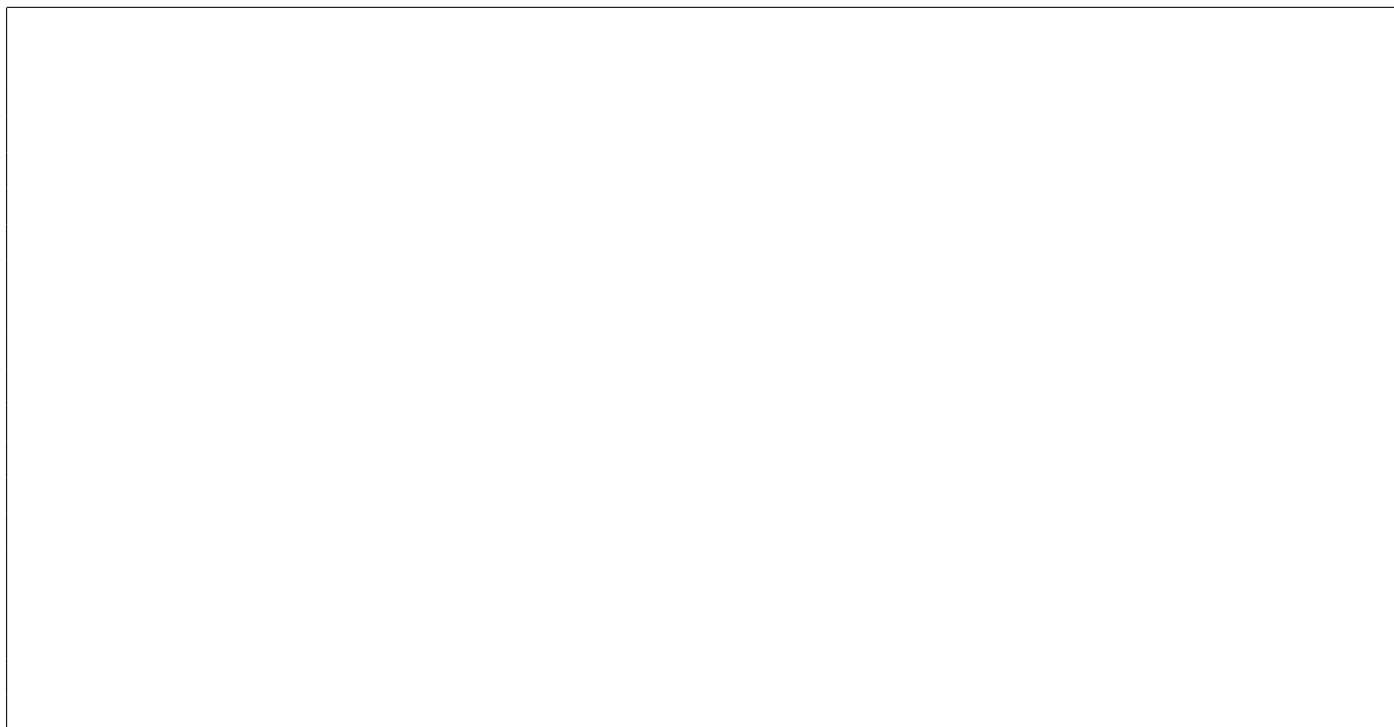
Studiare i punti di non derivabilità di h .

Determinare gli intervalli in cui h è crescente e quelli in cui h è decrescente.

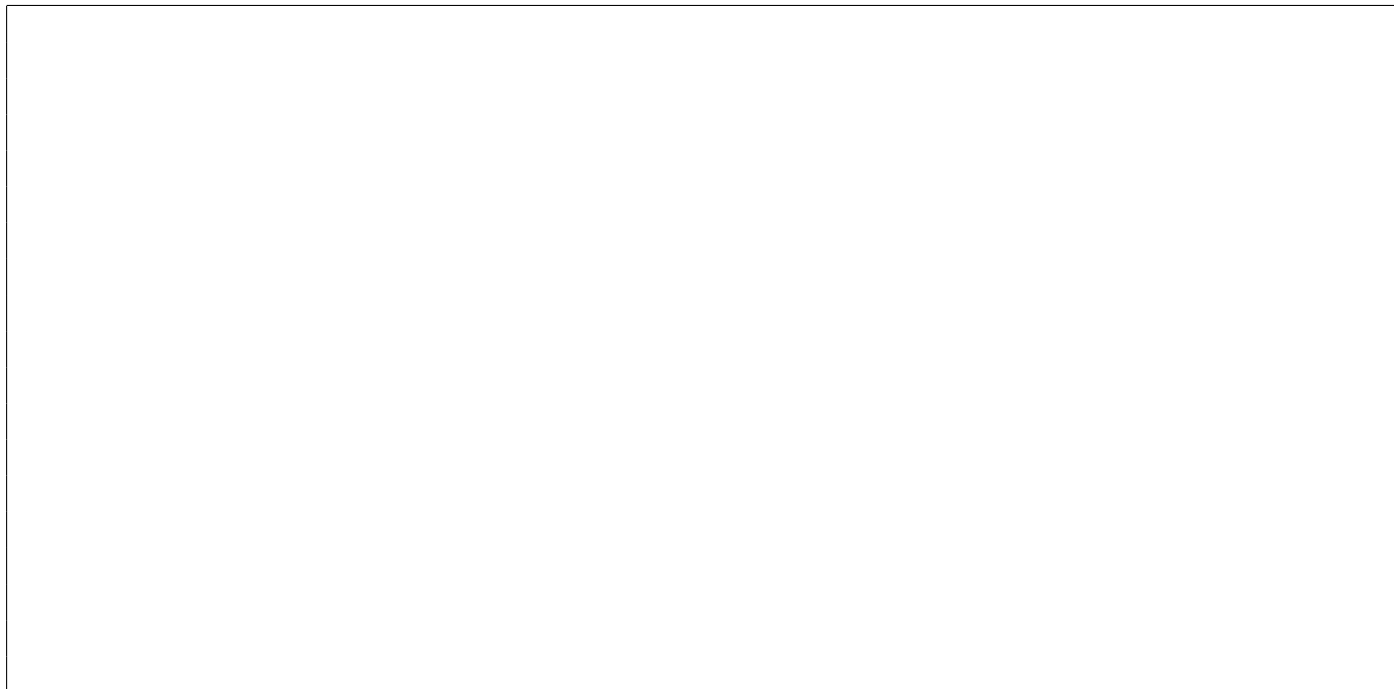
3. [6 pt] Calcolare i seguenti limiti, motivando la risposta.

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 1}} \right)^{n + \sqrt[4]{n} - 1}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2) - x^2}{x - x \cos(2x)}.$$



4. [4 pt] Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^x}{n^2 + \log n}$ è convergente, motivando la risposta.



5. [5 pt] Calcolare $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 3} dx$.

Calcolare $\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{e^{2x} + 4e^x + 3} dx$

6. [4 pt] Risolvere in \mathbb{C} l'equazione $(z - i)^4 = (1 + \sqrt{3}i)^4$ e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.