

1. [6 pt] Sia  $f(x) = x - 2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ . Studiare e rappresentare, a livello qualitativo, il grafico di  $f$ :

2. [6 pt] Calcolare i seguenti limiti

a) 
$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n+1) - \sqrt{4n^4 + 1}}{(n^6 + 3 \log n) \left( \sqrt[3]{1 + \frac{1}{n^4}} - 1 \right)}$$

b) 
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}(e^x - 1 + \log(1 + 2x))}{\sqrt{x - \sin x}}$$

3. [5 pt] Dire se converge l'integrale  $\int_0^{+\infty} \frac{t}{(1+t^2) \arctan(t)} dt$ .

Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\log x} \int_0^x \frac{t}{(1+t^2) \arctan(t)} dt$ .

4. [4 pt] Dire se la serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n(-1)^n + 4 \sin n}{3n + 2n^2}$  converge, motivando la risposta.

5. [4 pt] Risolvere in  $\mathbb{C}$  l'equazione  $2z|z|^2 - 2z^2 + (1 - i\sqrt{3})\bar{z} - (1 - i\sqrt{3}) = 0$  e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.

6. [5 pt] Si consideri la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \log(x) & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \int_{2x}^0 \cos(t^2) dt & x < 0 \end{cases}$$

Stabilire se  $f$  è continua in 0.

Calcolare  $f'(0^+)$  e  $f'(0^-)$ .  $f$  è derivabile in 0?