

1. [8 pt] Sia $f(x) = \left| \frac{x^2 - 4}{x - 1} \right|$. Determinare $dom f =$

f è simmetrica (pari o dispari)? (giustificare la risposta)

Determinare i limiti agli estremi del dominio e eventuali asintoti:

$f'(x) =$

Stabilire gli intervalli di monotonia di f ed eventuali estremi:

Disegnare il grafico qualitativo di $f(x)$.

2. [4 pt] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(e^{\frac{1}{2x}} - \sqrt{\frac{x+1}{x}} \right).$$



3. [5 pt] Si consideri la funzione

$$F(x) = \int_0^x t^5 \arctan t \, dt.$$

Calcolare $F'(x)$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^7}$.

Verificare che F è convessa in $[0, +\infty)$.

4. [4 pt] Studiare la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arctan \frac{1}{n} \right) \frac{n!}{(n-1)! + 3^n}$.

5. [5 pt] Verificare che l'integrale $\int_1^{+\infty} \frac{x\sqrt{1+x^2}}{x^4+2x^2+1} dx$ è convergente e calcolarlo. (Sugg: porre $t = \sqrt{1+x^2}$)

6. [4 pt] Risolvere in \mathbb{C} l'equazione $z^3 = -(1-i)^3$.