

1. [9 pt] Sia $f(x) = x^2 + \log|x-2|$. Determinare: $dom f =$

limiti agli estremi del dominio e eventuali asintoti:

$f'(x) =$

intervalli di monotonia

punti di non derivabilità e loro natura;

estremi locali o globali

grafico qualitativo di f

Dedurre il grafico qualitativo di $g(x) = |f(x)|$.

2. [5 pt] Sia $h(x) = \frac{1 - \cos x}{3x}$. Dopo aver prolungato h con continuità in $x = 0$, dire se il prolungamento ottenuto è derivabile in $x = 0$. Tale prolungamento è di classe C^1 ? Motivare le risposte.

Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di h nel punto di ascissa π .

3. [4 pt] Studiare $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-x} - \cos(\sqrt{2x})}{x \arctan x}$.

4. [4 pt] Stabilire il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)^{n \log n}$, motivando la risposta.

5. [4 pt] Stabilire se l'integrale $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 3x + 3} dx$ converge e, in caso affermativo, calcolarlo.

6. [4 pt] Risolvere in \mathbb{C} l'equazione $\sqrt{3}|z|z^2 = 3 + \sqrt{3}i$ e rappresentare le soluzioni nel piano di Gauss.