

**CORSO di LAUREA IN INGEGNERIA BIOMEDICA, ELETTRICA,  
ELETTRONICA ed INFORMATICA**

**ESERCIZI DI METODI MATEMATICI - FOGLIO 5**

1) Detta  $f$  la funzione  $2\pi$ -periodica dispari che verifica la condizione

$$f(t) = t(t^2 - \pi^2) \quad \text{per } 0 \leq t < \pi,$$

a) scrivere la serie di Fourier di  $f$ ;

b) utilizzando l'identità di Parseval, calcolare la somma della serie numerica  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$ .

2) Considerata la funzione  $2\pi$ -periodica  $f$  tale che  $f(t) = e^{-3t}$  per  $|t| < \pi$ ,

a) determinare lo sviluppo di Fourier di  $f$ ;

c) utilizzare il risultato del punto precedente per calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 9}.$$

3) Si consideri la funzione  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , dispari, periodica di periodo  $T = 2\pi$ , definita da

$$f(t) = \frac{1}{8}\pi t(\pi - t) \quad t \in [0, \pi].$$

Calcolare i coefficienti di Fourier dello sviluppo in serie e utilizzare l'identità di Parseval per calcolare la somma di un'opportuna serie numerica.

**Soluzione.** Si trova

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-)^n}{2n^3} \sin nt.$$

4) Si consideri la funzione  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , pari, periodica di periodo  $2\pi$ , definita da

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ \pi - t & \frac{\pi}{2} \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

Svilupparla opportunamente in serie di Fourier. Calcolare, inoltre, la somma della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$ .

**Soluzione.** Si trova

$$f(t) = \frac{3}{8}\pi + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\cos n\frac{\pi}{2} + (-)^{n+1}}{n^2} \right] \cos nt.$$

Applicando l'identità di Parseval, si ottiene

$$\frac{5}{96}\pi^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\pi^2} \left| \frac{\cos n\frac{\pi}{2} + (-)^{n+1}}{n^2} \right|^2.$$