Esercizi sul Metodo dei Moltiplicatori di Lagrange

1. Determinare $P(x, y)$ appartenente a
$$\Gamma : \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, \qquad x \leq 0,\ y \geq 0,$$
tale che sia massima l'area del trapezio che ha vertici in $P(x, y)$, $S(x, 0)$, $Q(0, y)$ e $R(2, 0)$.

2. Dati i tre punti $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$ e $C(0, 0, 1)$ in $\mathbb{R}^3$, si determinino i punti $P(x, y, z)$ che rendno minima o massima la quantità
$$2\,\mathrm{dist}^2(A, P) + 2\,\mathrm{dist}^2(B, P) - \mathrm{dist}^2(C, P)$$
fra tutti quelli vincolati a stare sulla sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

3. Determinare il massimo ed il minimo di
$$f(x, y) = 2x - 3y - 1$$
vincolati a stare sull'ellisse di equazione $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{3}{4}y^2 = 1$.

4. Determinare i punti $P(x, y, z)$ appartenenti alla superficie S di equazione $z - \dfrac{1}{xy} = 0$ che hanno distanza minima dall'origine $O(0, 0, 0)$.

5. Determinare il minimo assoluto della funzione
$$f(x, y) = (x + y - 4)^2$$
vincolati a stare sull'ellisse di equazione $x^2 + 4y^2 = 1$.