APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 18 GIUGNO 2014

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare massimi e minimi relativi liberi della funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 e^{x^2 - y^2}.$$

Determinare poi il massimo ed il minimo assoluti della f nel compatto

$$K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \quad -x \le y \le x, \quad 0 \le x \le 1\}.$$

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π–periodica, definita da

$$f(t) = |t| \qquad -\pi < t \le \pi.$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che la f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere esplicitamente tale sviluppo.
d) Discutere la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando i risultati del punto precedente, determinare la somma della serie numerica $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4}$.

3) Determinare autovalori ed autosoluzioni del problema ai limiti omogeneo

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, \\ y'(0) = y'(2) = 0, \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbf{R}.$$

4) Verificare che l'equazione

$$\ln(x + y) + \sin(\pi x) + y e^x = 0$$

è univocamente risolubile sia rispetto a y, sia rispetto a x in un intorno del punto $P(1, 0)$. Scrivere, quindi, l'equazione della retta <u>normale</u> in P a Γ, luogo degli $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ che verificano l'equazione.