APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 17 SETTEMBRE 2014

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

nel compatto

$$K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad y \geq \frac{1}{3}(x^2 - 1), \quad y \leq \sqrt{3x + 1}, \quad y \leq 3 - x\}.$$

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π–periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} t + \pi & -\pi < t \leq 0, \\ 2t - 2\pi & 0 < t \leq \pi. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che la f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere esplicitamente tale sviluppo.
d) Discutere la convergenza della serie alla funzione.
e) Utilizzando i risultati del punto precedente, determinare la somma della serie numerica $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

3) Determinare l'integrale particolare, soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b}, \\ \underline{y}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \end{cases}$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \underline{b} = \begin{bmatrix} 3x \\ 4x \end{bmatrix}.$$

4) Dopo aver verificato che il sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 1, \\ x - y - \sqrt{2}z = 0, \end{cases}$$

è univocamente risolubile rispetto a (y, z) in un intorno del punto $P(\sqrt{2}, 0, 1)$, scrivere l'equazione della retta <u>tangente</u> in P a Γ, luogo degli $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ che verificano il sistema.