

APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 4 SETTEMBRE
2013

COGNOME e NOME

NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, 2π -periodica, pari, definita da

$$f(t) = \frac{\pi}{2} - t, \quad t \in [0, \pi].$$

a) Disegnare il grafico della funzione.

b) Verificare che la funzione è sviluppabile in serie di Fourier.

c) Scrivere tale sviluppo in forma trigonometrica.

d) Studiare la convergenza della serie alla funzione.

e) Utilizzando l'identità di Parseval, calcolare la somma di $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4}$.

f) Utilizzando i risultati relativi alla convergenza puntuale, calcolare la somma della serie numerica $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$.

2) Determinare l'integrale particolare, soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 10y' + 50y = x^2 + e^x, \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 2. \end{cases}$$

3) Data la funzione

$$f(x, y) = 4x^2 + 9y^2,$$

determinare il massimo e il minimo assoluti di f nel compatto

$$K = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 8\}.$$

4) Si consideri la linea $\Gamma \subset \mathbf{R}^2$, definita implicitamente dall'equazione

$$x^4 + y^4 - x^2 + y^2 = 0.$$

Determinare i punti di Γ aventi retta tangente parallela all'asse delle x , ricordando che in tal caso risulta

$$g'(x) = -\frac{f_x(x, g(x))}{f_y(x, g(x))}.$$

Facoltativo: Giustificare perché l'origine deve essere esclusa.