APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 5 FEBBRAIO 2013

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = \ln(1+x^2) + \ln(1+y^2)$$

nel compatto

$$K = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad y \geq 0,\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \leq 1\},$$

precisando, inoltre, i punti dove tali valori sono assunti.

2) Verificare che l'equazione

$$x^2 + xy^2 - (1+y)z^2 + e^{yz} = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $P(0,0,1)$. Scrivere, quindi, il polinomio di Mc-Laurin di ordine due $P_2(x,y)$ della funzione $z = g(x,y)$ così ottenuta.

3) Determinare autovalori ed autosoluzioni del Problema ai limiti omogeneo

$$\begin{cases} z'' + 4z' + \lambda^2 z = 0, \\ z(0) = z(\pi) = 0, \end{cases}$$

dove $\underline{\lambda}$ **<u>è un parametro reale maggiore di</u>** $\underline{2}$.

4) Verificare che la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^6 + y^4}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & (x,y) = (0,0), \end{cases}$$

è differenziabile in tutto $\mathbf{R}^2$.
Discutere, inoltre, quello che si può dire in merito alla continuità delle derivate seconde della funzione f.