APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 25 GENNAIO 2013

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = y[x^2 + \ln(1+x+y)]$$

nel compatto

$$K = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : \quad y \geq 0,\ y \leq x,\ y \leq 1-x\},$$

precisando, inoltre, i punti dove tali valori sono assunti.

2) Verificare che l'equazione

$$\sin(x+y+z) + e^{x+y+z} - 1 = 0$$

è univocamente risolubile rispetto a z in un intorno del punto $O(0,0,0)$. Scrivere, quindi, il polinomio di Mc-Laurin di ordine due della funzione $z = g(x,y)$ così ottenuta.

3) Determinare l'integrale generale del sistema omogeneo

$$\underline{z}' = \mathbb{A}\,\underline{z}, \qquad \text{dove} \qquad \mathbb{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, **dispari** definita da

$$f(t) = t^3 \qquad t \in (-\pi, \pi].$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo.
d) Studiare la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.
e) Scrivere la serie numerica che si ottiene ponendo $t = \frac{\pi}{2}$ nella serie di Fourier e calcolarne la somma, in base ai risultati del punto precedente.