APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 28 GENNAIO 2014

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare l'integrale generale del sistema lineare completo

$$\underline{y}' = \mathbb{A}\underline{y} + \underline{b},$$

dove

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}, \qquad \underline{b} = \begin{bmatrix} e^{9x} \\ 3e^{9x} \end{bmatrix}.$$

2) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π–periodica, **pari**, definita da

$$f(t) = \begin{cases} \pi + t & \text{se} \quad 0 < t \le \dfrac{\pi}{2}, \\ \dfrac{3}{2}\pi & \text{se} \quad \dfrac{\pi}{2} < t \le \pi. \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che la f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere esplicitamente tale sviluppo.
d) Discutere la convergenza della serie alla funzione.
e) [**Facoltativo**] Utilizzando i risultati del punto precedente, determinare la somma della serie numerica $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$.

3) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = x \ln(1 + x^2 + y^2).$$

Verificare che l'unico punto critico della f è l'origine $O(0, 0)$ e che si tratta di un punto di sella. Determinare poi il massimo ed il minimo assoluti della funzione f nel compatto

$$D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : \ (x - 1)^2 + y^2 \le 1\}.$$

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x, y) = ye^{x^2+y}.$$

Verificare che la funzione f è differenziabile nel punto $(0, 0)$ e scrivere quindi l'equazione del piano tangente alla superficie Σ, grafico della funzione f, nel punto $(0, 0, f(0, 0))$.