COMPLEMENTI di ANALISI MATEMATICA 08/09/2016	COGNOME e Nome	Firma

1. Dopo aver determinato il dominio della funzione $f(x,y) = e^{xy} + e^{\frac{x^2}{|x|+|y|}}$, stabilire se può essere prolungata con continuità in tutto $\mathbb{R}^2$ (calcolando $\lim_{(x,y)\to(x_0,y_0)} f(x,y)$, dove (x_0,y_0) è un punto di frontiera del dominio di f). Scrivere poi l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(1,1)$.

2. Verificare che l'equazione $y - \log x + \log y = 0$ definisce implicitamente un'unica funzione $y = y(x)$ di classe C^∞ in un intorno del punto $(e,1)$. Scrivere l'equazione differenziale in forma normale soddisfatta dalla funzione implicita y e la condizione iniziale in $x = e$.

3. Scrivere l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = ty + t^3y^2.$$

4. Determinare gli eventuali punti di massimo e minimo relativo della funzione

$$f(x,y) = \frac{2}{y^2} + \log(xy) + \frac{1}{x}$$

nell'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x > 0, y > 0\}$.

5.
- Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione 2-periodica definita in $[-1,1)$ da

$$f(x) = \begin{cases} -x & x \in [-1,0) \\ x^2 & x \in [0,1) \end{cases}$$

- Studiare la convergenza puntuale della serie.
- Sapendo che $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$, calcolare la somma della serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$.

6. Determinare le estremali del funzionale

$$J(x) = \int_0^1 \dot{x}^2 e^{-\dot{x}} dt$$

nella classe delle funzioni $x \in C^1([0,1])$ tali che $x(0) = 0$ e $x(1) = 1$. (**Sugg**: Scrivere l'equazione di Eulero Lagrange del funzionale come equazione differenziale del secondo ordine).