COMPLEMENTI di ANALISI MATEMATICA 05/09/2017	COGNOME e Nome firma

1. *(6 punti)* Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{1}{x}y = x^2 \log(x^2) \\ y(-1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Stabilire l'intervallo di esistenza della soluzione.
- Determinare la soluzione.
- Dire se la soluzione è limitata.

2.*(5 punti)* Determinare l'integrale generale del sistema lineare omogeneo $\vec{Y}' = A\vec{Y}$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 1 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3.*(5 punti)* Determinare gli estremi assoluti della funzione $x^2 - y^2 - x^4 + y^4$ in $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 1\}$.

4.*(5 punti)* Provare che l'equazione $\log(x^3 + y) - \frac{xy}{4} = 0$ definisce un'unica funzione implicita $g(y)$ in un intorno del punto $(1,0)$. Calcolare $\lim_{y \to 0} \frac{g(y) - 1}{\sin y}$.

5.*(4 punti)* Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2-periodica tale che $f(x) = x|x|$ in $(-1,1]$. Scrivere la serie di Fourier di f e studiarne la convergenza puntuale.

6.*(5 punti)* Data la funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2(|x|^{3/2} + y^2)}{x^2 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

stabilire se è continua e differenziabile in $(0,0)$.